

Übungsaufgabe

Gleichgewicht in mehrstufigen Trennprozessen:
Destillation, Extraktion, Absorption und
Kristallisation: Berechnungen von
Gleichgewichtanteilen

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Thermodynamik II
Erstellungsdatum: September 6, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Thermodynamik II

Aufgabe 1: Gleichgewicht in Destillationsprozessen (mehrstufig, binär, ideal)

In dieser Aufgabe wird das Gleichgewichtverhalten in einer mehrstufigen Destillationsanordnung behandelt. Betrachten Sie ein binäres, Idealsystem A-B mit dem Gleichgewicht beschrieben durch

$$y_A = \frac{\alpha_A x_A}{\alpha_A x_A + x_B} = \frac{\alpha_A x_A}{(\alpha_A - 1)x_A + 1}, \quad x_B = 1 - x_A.$$

Gegeben seien die relative Sättigung $\alpha_A = 2.0$ und $\alpha_B = 1.0$ (d. h. $\alpha_A/\alpha_B = 2.0$).

- Bestimmen Sie die Gleichung für y_A in Abhängigkeit von x_A und berechnen Sie y_A für $x_A = 0.30$.
- Berechnen Sie y_A für den Fall, dass $x_A = 0.70$ (und damit $x_B = 0.30$).
- Gegeben sei eine Gleichgewichtsstufe, auf der der Dampfanteil y_A bei 0.40 liegt. Bestimmen Sie den entsprechenden Flüssigkeitsanteil x_A (mit $\alpha_A = 2.0$).

Aufgabe 2: Extraktion – Verteilung eines Lösungsmittels zwischen zwei Phasen

In einer zweiphasigen extrahierenden System betrachten wir eine Komponente A mit Verteilungskoeffizient

$$K_D = \frac{x_A^{(\text{Org})}}{x_A^{(\text{W})}}.$$

Gegeben seien organische Phase O und wässrige Phase W mit gleichen Volumina; Gesamtmenge des gelösten $A_T = 1.0 \text{ mol}$. In der initialen Situation liegt das A ausschließlich in der wässrigen Phase vor ($A_W^{\text{in}} = A_T$, $A_O^{\text{in}} = 0$). Die Phasen bleiben bei Austausch im Gleichgewicht (stationäres Stadium).

- Bestimmen Sie die Anteile von A in beiden Phasen nach dem Gleichgewicht, falls $K_D = 3.0$ und $V_O = V_W$. Geben Sie A_O und A_W in Mol an.
- Wie ändert sich die Verteilung, wenn das Volumenverhältnis $V_O/V_W = 2$ ist, bei derselben K_D und A_T ?
- Welche Tendenz sehen Sie, wenn K_D von 1.0 auf 5.0 variiert wird? Diskutieren Sie kurz die Auswirkung auf die Ausbeute in der organischen Phase.

Aufgabe 3: Absorption – Gleichgewicht Gas-zu-Flüssigkeit

Betrachte eine Gasphase G, die einen gelösten Stoff A enthält, der durch eine Lösung in einer Flüssigkeit L absorbiert wird. Das Gleichgewicht wird durch

$$y_A = H x_A$$

beschrieben, wobei H der Verteilungskoeffizient ist. Gegeben: Gasstrom $F_G = 100$ mol/h, Anteil von A im Eingas $y_{A,\text{in}} = 0.12$; Lösungsmiteleinsetzung $F_L = 50$ mol/h; In der Lösung beginnt $x_{A,\text{in}} = 0.0$; der Gleichgewichtskoeffizient ist $H = 0.50$.

a) Formulieren Sie die Gleichungen des Massen- und Gleichgewichts und berechnen Sie die Ausflussgrößen $y_{A,\text{out}}$ (Gas) und $x_{A,\text{out}}$ (Lösung) im Endzustand eines einzelnen Gleichgewichtsabschnitts.

b) Wiederholen Sie die Berechnung, wenn der Eingasanteil $y_{A,\text{in}} = 0.20$ beträgt.

Aufgabe 4: Kristallisation – Gleichgewichtslage und Massenbilanz

In einer Lösung ist ein Feststoff A bei Temperatur T löslich mit der Löslichkeit

$$S_{\text{sol}} = 0.60 \frac{\text{mol}}{\text{mol Lösungsmittel}}.$$

Gegeben: Anfangszustand enthält $n_S = 0.80$ mol A in $n_L = 1.00$ mol Lösungsmittel. Die Lösung wird so verändert, dass sie bei der aktuellen Temperatur lediglich eine Sättigungslösung darstellt.

a) Bestimmen Sie, wie viele Mol A kristallisieren, und wie groß der Rest in der gesättigten Lösung ist.

b) Diskutieren Sie kurz, wie sich eine höhere Löslichkeit (bei gleicher Zufuhr) auf die Kristallisationsmenge auswirken würde.

Lösungen

Lösung zu Aufgabe 1: Gleichgewicht in Destillationsprozessen (mehrstufig, binär, ideal)

Gegeben: Binäres System A-B, Gleichgewicht

$$y_A = \frac{\alpha_A x_A}{\alpha_A x_A + x_B} = \frac{\alpha_A x_A}{(\alpha_A - 1)x_A + 1}, \quad x_B = 1 - x_A.$$

Es seien $\alpha_A = 2.0$ und $\alpha_B = 1.0$ (d. h. $\alpha_A/\alpha_B = 2.0$).

a) Bestimmen Sie die Gleichung für y_A in Abhängigkeit von x_A und berechnen Sie y_A für $x_A = 0.30$.

- Mit $\alpha_A = 2.0$ gilt

$$y_A(x_A) = \frac{2x_A}{(2-1)x_A + 1} = \frac{2x_A}{x_A + 1}.$$

Für $x_A = 0.30$:

$$y_A = \frac{2 \times 0.30}{0.30 + 1} = \frac{0.60}{1.30} = \frac{6}{13} \approx 0.4615 \text{ (also } y_A \approx 0.462\text{)}.$$

b) Berechnen Sie y_A für den Fall, dass $x_A = 0.70$ (und damit $x_B = 0.30$).

$$y_A = \frac{2 \times 0.70}{0.70 + 1} = \frac{1.40}{1.70} = \frac{14}{17} \approx 0.8235 \text{ (also } y_A \approx 0.824\text{)}.$$

c) Gegeben sei eine Gleichgewichtsstufe, auf der der Dampfanteil y_A bei 0.40 liegt. Bestimmen Sie den entsprechenden Flüssigkeitsanteil x_A (mit $\alpha_A = 2.0$).

$$\begin{aligned} 0.40 &= \frac{2x_A}{x_A + 1} \implies 0.40(x_A + 1) = 2x_A \\ 0.40 + 0.40x_A &= 2x_A \implies 0.40 = 1.60x_A \implies x_A = 0.25. \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 2: Extraktion – Verteilung eines Lösungsmittels zwischen zwei Phasen

Es sei eine zweiphasige Struktur mit organischer Phase O und wässriger Phase W, gleiches Volumen $V_O = V_W$. Verteilungskoeffizient

$$K_D = \frac{x_A^{(\text{Org})}}{x_A^{(\text{W})}}$$

Gesamtmenge des gelösten $A_T = 1.0 \text{ mol}$. Anfangs liegt A vollständig in der wässrigen Phase vor: $A_W^{\text{in}} = A_T$, $A_O^{\text{in}} = 0$. Phasen bleiben im Gleichgewicht (stationäres Stadium).

a) Bestimmen Sie die Anteile von A in beiden Phasen nach dem Gleichgewicht, falls $K_D = 3.0$ und $V_O = V_W$. Geben Sie A_O und A_W in Mol an.

- Unter der Annahme linearer Verdünnungsvorgänge gilt bei gleichen Phasenvolumina

$$\frac{A_O}{V_O} / \frac{A_W}{V_W} = K_D \quad \Rightarrow \quad \frac{A_O}{A_W} = K_D \frac{V_O}{V_W} = 3.0.$$

- Mit $A_O + A_W = 1.0$ ergibt sich

$$A_O = \frac{3}{1+3} A_T = \frac{3}{4} \times 1.0 = 0.75 \text{ mol}, \quad A_W = 1.0 - 0.75 = 0.25 \text{ mol}.$$

b) Wie ändert sich die Verteilung, wenn das Volumenverhältnis $V_O/V_W = 2$ ist, bei derselben K_D und A_T ?

- Es gilt

$$\frac{A_O}{A_W} = K_D \frac{V_O}{V_W} = 3.0 \times 2 = 6.0.$$

- Also

$$A_O = \frac{6}{1+6} A_T = \frac{6}{7} \approx 0.857 \text{ mol}, \quad A_W = 1.0 - 0.857 \approx 0.143 \text{ mol}.$$

c) Welche Tendenz sehen Sie, wenn K_D von 1.0 auf 5.0 variiert wird? Diskutieren Sie kurz die Auswirkung auf die Ausbeute in der organischen Phase.

- Allgemein gilt bei $V_O = V_W$: - Anteil in organischer Phase = $A_O = \frac{K_D}{1+K_D} A_T$. - Mit $K_D = 1$ ist $A_O = 0.5 \text{ mol}$; mit $K_D = 5$ ist $A_O = \frac{5}{6} \approx 0.833 \text{ mol}$. - Fazit: Steigende K_D verschiebt das Gleichgewicht stärker in die organische Phase, erhöht die Ausbeute in der organischen Phase von 50

Lösung zu Aufgabe 3: Absorption – Gleichgewicht Gas-zu-Flüssigkeit

Gleichgewicht: $y_A = H x_A$ mit $H = 0.50$. Gegeben: Gasstrom $F_G = 100$ mol/h; Eingasanteil $y_{A,\text{in}} = 0.12$; Lösungsmiteleinatz $F_L = 50$ mol/h; In der Lösung beginnt $x_{A,\text{in}} = 0.0$.

a) Formulieren Sie die Gleichungen des Massen- und Gleichgewichts und berechnen Sie die Ausflussgrößen $y_{A,\text{out}}$ (Gas) und $x_{A,\text{out}}$ (Lösung) im Endzustand eines einzelnen Gleichgewichtsabschnitts.

- Massenbilanz (A):

$$F_G y_{A,\text{in}} = F_G y_{A,\text{out}} + F_L x_{A,\text{out}} \quad (\text{da } x_{A,\text{in}} = 0).$$

- Gleichgewicht:

$$y_{A,\text{out}} = H x_{A,\text{out}} \quad (H = 0.50).$$

- Lösung: Setze die Gleichung in eine einzige Unbekannte:

$$F_G y_{A,\text{in}} = F_G (H x_{A,\text{out}}) + F_L x_{A,\text{out}} = (F_G H + F_L) x_{A,\text{out}}.$$

$$x_{A,\text{out}} = \frac{F_G y_{A,\text{in}}}{F_G H + F_L}.$$

Mit den gegebenen Werten:

$$x_{A,\text{out}} = \frac{100 \times 0.12}{100 \times 0.50 + 50} = \frac{12}{50 + 50} = \frac{12}{100} = 0.12.$$

$$y_{A,\text{out}} = H x_{A,\text{out}} = 0.50 \times 0.12 = 0.06.$$

Ggf. numerisch gerundet: $x_{A,\text{out}} = 0.12$, $y_{A,\text{out}} = 0.06$.

b) Wiederholen Sie die Berechnung, wenn der Eingasanteil $y_{A,\text{in}} = 0.20$ beträgt.

- Mit denselben Werten sonst:

$$x_{A,\text{out}} = \frac{100 \times 0.20}{100 \times 0.50 + 50} = \frac{20}{100} = 0.20, \quad y_{A,\text{out}} = 0.50 \times 0.20 = 0.10.$$

Lösung zu Aufgabe 4: Kristallisation – Gleichgewichtslage und Massenbilanz

Gegeben: Löslichkeit

$$S_{\text{sol}} = 0.60 \frac{\text{mol}}{\text{mol Lösungsmittel}}.$$

Anfangszustand: $n_S = 0.80$ mol A in $n_L = 1.00$ mol Lösungsmittel.

Bei der aktuellen Temperatur liegt genau eine Sättigungslösung vor.

a) Bestimmen Sie, wie viele Mol A kristallisieren, und wie groß der Rest in der gesättigten Lösung ist.

- Maximale im Lösungsmittel lösliche Menge:

$$n_S^{\text{max}} = S_{\text{sol}} n_L = 0.60 \times 1.00 = 0.60 \text{ mol.}$$

- Kristallisierte Menge:

$$n_S^{\text{cryst}} = n_S - n_S^{\text{max}} = 0.80 - 0.60 = 0.20 \text{ mol.}$$

- Rest in gesättigter Lösung:

$$n_S^{\text{sol}} = n_S^{\text{max}} = 0.60 \text{ mol.}$$

b) Diskutieren Sie kurz, wie sich eine höhere Löslichkeit (bei gleicher Zufuhr) auf die Kristallisationsmenge auswirken würde.

- Höhere Löslichkeit erhöht n_S^{max} bei gleichem Lösungsmittelanteil, somit kann mehr A in der Lösung verbleiben; entsprechend sinkt die Kristallisierungsmenge $n_S^{\text{cryst}} = n_S - n_S^{\text{max}}$. Generell steigt die Ausbeute in der Lösung und die Kristallmenge nimmt ab; bei ausreichend hoher Löslichkeit kann ggf. keine Kristallisation mehr erfolgen.