Übungsaufgabe

Werkstoffe, Beanspruchungsgerechte Gestaltung und Dimensionierung

Universität:	Technische Universität Berlin
Kurs/Modul:	Konstruktion 1
Erstellungsdatum:	September 6, 2025

Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

https://study.AllWeCanLearn.com

Konstruktion 1

Aufgabe 1: Werkstoffe, Beanspruchungsgerechte Gestaltung und Dimensionierung

In dieser Aufgabe geht es um die werkstoff- und belastungsgerechte Gestaltung von Bauteilen, insbesondere um die Dimensionierung einer Welle in einer Wellen-Nabe-Verbindung sowie um die Materialwahl unter gegebenen Beanspruchungen. Die Aufgaben adressieren statische Beanspruchungen, wechselnde Lasten sowie Kriterien zur werkstoffgerechten Gestaltung.

a) Auslegung einer Welle (Durchmesser $\mathbf{d_{min}}$) unter kombinierter Biegung und Torsion

Gegeben: - Maximalbelastung durch Biegemoment M = 90 N·m und Torsionsmoment T = 40 N·m. - Material der Welle: $R_{p0,2} = 420$ MPa, $R_m = 650$ MPa. - Sicherheitsfaktor $n_s = 2$. - Form: Rundstahl, Durchmesser d unbestimmt (mm).

Aufgabe: - Bestimmen Sie das minimale d_{min}, sodass die Beanspruchungsgleichung erfüllt ist und die Tragfähigkeit der Welle gegeben bleibt. - Geben Sie d_{min} in mm an.

Hinweise (formale Beziehungen, die verwendet werden können):

$$\sigma_b = \frac{32\,M}{\pi\,d^3}, \qquad \tau = \frac{16\,T}{\pi\,d^3}, \qquad \sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\,\tau^2}, \qquad \sigma_{zul} = \frac{R_{p0,2}}{n_s}$$

σ_{vm} ist die verallgemeinerte Beanspruchung (von-Mises-Spannung), und σ_{zul} die zulässige Gleichgewichtsspannung.

b) Werkstoffauswahl unter Randbedingungen (Umgebungsbedingungen und Lebensdauer)

Zwei Werkstoffe stehen zur Auswahl: - Material A: $R_{p0,2} = 360$ MPa, $R_m = 580$ MPa - Material B: $R_{p0,2} = 480$ MPa, $R_m = 720$ MPa

Randbedingungen: - Umgebungstemperatur und -korrosion sind mäßig; Bauteil soll zuverlässig arbeiten. - Die Beanspruchung aus Teil (a) soll durch den gewählten Werkstoff getragen werden, mit einer angenommenen typischen Nutzungsdauer.

Aufgabe: - Diskutieren Sie anhand der gegebenen Materialkennwerte eine sinnvolle Wahl zwischen Material A und Material B. - Welche Materialeigenschaften sind besonders kritisch für diese Anwendung? Begründen Sie Ihre Wahl.

c) Beanspruchungsnachweis und beanspruchungsgerechte Gestaltung (Kurzer Fazit)

- Skizzieren Sie in wenigen Sätzen, wie Sie die beanspruchungsgerechte Gestaltung weiter absichern würden (z. B. Nutzung des Wirkungsbereichs der Festigkeitskenwerte, Sicherheitsfaktoren, konservative Abschätzung). Beachten Sie die Randbedingungen der Aufgabenstellung.

Aufgabe 2: Lebensdauer- und Festigkeitsnachweise bei Wälzlagerung

In dieser Aufgabe geht es um die Auswahl von Wälzlagern sowie um die Einordnung der Lebensdauer (L_{10}) bei gegebener Last und Drehrate. Analysieren Sie praxisnah die Festigkeits- und Lebensdauer-Aspekte und dokumentieren Sie Ihre Vorgehensweise.

a) Ermittlung des erforderlichen Tragzahlenwerts (dynamische Tragzahl C) und Lebensdaueranzeige

Gegeben: - Radialer Lastanteil $F_r = 2{,}5\,\mathrm{kN}$ (radial) - Drehzahl $n = 1500\,\mathrm{min}^{-1}$ - Ziel-Lebensdauer $L_{10} = 1{,}0 \times 10^6$ Umdrehungen - Exponent p für Kugellager-Lebensdauer: $p = 3$

Aufgabe: - Bestimmen Sie die minimale dynamische Tragzahl $C_{\min}$, sodass die geforderte Lebensdauer erreicht wird. - Formulieren Sie die Gleichung und das Ergebnis als Formel (ohne eine endgültige numerische Lösung anzugeben).

b) Bewertung zweier Lagerkandidaten

Zur Auswahl stehen zwei Kugellager mit dynamischer Tragzahl: - Lager 1: $C_1 = 120$ kN - Lager 2: $C_2 = 300$ kN

Aufgabe: - Beurteilen Sie, welches Lager die geforderte Lebensdauer besser erfüllt. - Begründen Sie Ihre Entscheidung anhand der Lebensdauerformel und der gegebenen Last.

c) Zusatzpunkte – Einfluss von Misalignment und Schmierung

- Skizzieren Sie zwei typische Einflussfaktoren auf die Lebensdauer von Kugellagern in der Praxis (z. B. Achsfehler, Schmierzustand) und erläutern Sie kurz, wie diese Faktoren in der Praxis adressiert werden, um die Lebensdauer zu sichern.

Lösungen

Lösung zu Aufgabe 1: Werkstoffe, Beanspruchungsgerechte Gestaltung und Dimensionierung

a) Minimaler Durchmesser $d_{\min}$ unter kombinierter Biegung und Torsion

Gegeben: - M = 90 N m = 90 000 N mm - T = 40 N m = 40 000 N mm - Material der Welle: $R_{p0,2} = 420$ MPa - Sicherheitsfaktor $n_s = 2$ - Form: Rundstahl

Zulässige Gleichgewichtsspannung:

$$\sigma_{\text{zul}} = \frac{R_{p0,2}}{n_s} = \frac{420}{2} = 210 \text{ MPa}$$

Beanspruchungsgleichung (von-Vorwärts-Formel):

$$\sigma_b = \frac{32\,M}{\pi\,d^3}, \qquad \tau = \frac{16\,T}{\pi\,d^3}, \qquad \sigma_{\text{vm}} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\,\tau^2}$$

Kalkulation mit d in mm (Wellenquerschnitt ist rund, also gilt d^3 im Nenner): Durch Umformen der Bedingung $\sigma_{\text{vm}} \le \sigma_{\text{zul}}$ ergibt sich

$$\sigma_{\text{vm}}(d) \;=\; \frac{1}{\pi\,d^3}\,\sqrt{(32M)^2 + 3\,(16T)^2} \;\le\; 210 \text{ MPa}$$

Mit den gegebenen Werten ($M = 9.0 \times 10^4$ N mm, $T = 4.0 \times 10^4$ N mm) folgt:

$$\sigma_{\text{vm}}(d) \;=\; \frac{1}{\pi\,d^3}\,\sqrt{(2.88 \times 10^6)^2 + 3\,(6.4 \times 10^5)^2} \;\approx\; \frac{3.086 \times 10^6}{\pi\,d^3} \;\approx\; \frac{0.982 \times 10^6}{d^3} \text{ MPa}$$

Löse nach d aus $\sigma_{\text{vm}}(d) = 210$ MPa:

$$\frac{0.982 \times 10^6}{d^3} = 210 \quad \Rightarrow \quad d^3 = \frac{0.982 \times 10^6}{210} \approx 4.676 \times 10^3$$

$$d_{\min} \approx \sqrt[3]{4.676 \times 10^3} \approx 16.95 \text{ mm} \;\approx\; 17 \text{ mm}$$

Ergebnis:

$$d_{\min} \approx 17 \text{ mm}$$

b) Werkstoffauswahl unter Randbedingungen (Umgebungsbedingungen und Lebensdauer)

Gegeben: - Material A: $R_{p0,2} = 360$ MPa, $R_m = 580$ MPa - Material B: $R_{p0,2} = 480$ MPa, $R_m = 720$ MPa

Randbedingungen: - Umgebung mild; dauerhafte Beanspruchung der Welle ausTeil (a) (d.h. vergleichbare Lasten). - Lebensdauer soll plausibel erreicht werden.

Betrachtung: - Zulässige Gleichgewichtsspannung pro Material: - Material A: $\sigma_{\text{zul,A}} = R_{p0,2}/n_s = 360/2 = 180$ MPa - Material B: $\sigma_{\text{zul,B}} = R_{p0,2}/n_s = 480/2 = 240$ MPa

Aus dem Teil (a) gilt für die gleiche Geometrie $d_{\min} \approx 17$ mm, dort

$$\sigma_{\text{vm}} \approx 210 \text{ MPa} \quad (\text{bei } d = 17 \text{ mm})$$

- Zur Einhaltung von Material A wäre gefordert, dass $\sigma_{\mathrm{vm}} \leq 180\,\mathrm{MPa}$ gilt. Das erfordert

$$d_{\mathrm{min,A}} \approx \sqrt[3]{\frac{0.982 \times 10^6}{180}} \approx \sqrt[3]{5.456 \times 10^3} \approx 17.8\ \mathrm{mm}$$

Also wäre für Material A eine Dimensionierung von ca. 18 mm sinnvoll (bzw. ein Standardmaß 18 mm).

- Zur Einhaltung von Material B genügt eine Dimensionierung

$$d_{\mathrm{min,B}} \approx \sqrt[3]{\frac{0.982 \times 10^6}{240}} \approx \sqrt[3]{4.083 \times 10^3} \approx 16.0\ \mathrm{mm}$$

Diskussion: - Material B bietet deutlich höheren zulässigen Festigkeitswert (240 MPa statt 180 MPa) und damit bei gleicher Last eine größere Spielraum bzw. die Möglichkeit, den Durchmesser leicht zu verringern (z. B. auf 16 mm). - Wichtige kritisch/einschränkende Materialeigenschaften: Streckgrenze ($R_{p0,2}$), Zugfestigkeit (R_m) und damit zusammenhängende Ermüdungsfestigkeit, Temperatur- und Korrosionsverhalten, Zerspanbarkeit/Verarbeitungskosten, Verfügbarkeit sowie Wärmeausdehnung und Einglühungs-/Härtungseigenschaften.

Empfehlung: - Unter den gegebenen Randbedingungen ist Material B vorzuziehen, da es gegenüber Material A deutlich höhere Festigkeitskennwerte hat und damit eine robustere, kosteneffiziente Dimensionierung ermöglicht. Falls Kosten, Verarbeitbarkeit oder Verfügbarkeit stärker gewichtet werden, kann Material A alternativ gewählt werden (dann aber mindestens 18 mm Durchmesser oder mehr verwenden).

c) Beanspruchungsnachweis – kurzes Fazit

- Weiterabsicherung der beanspruchungsgerechten Gestaltung erfolgt durch konservative Abschätzung der Beanspruchungen (Begrenzung auf den Wirkbereich der Festigkeitskennwerte), zusätzliche Sicherheitsfaktoren sowie eine Prüfung gegen kombinierte Lastfälle (Biegung, Torsion, zyklische Lasten). - Praktisch sinnvoll: Nutzung eines Größenbereichs für d basierend auf zulässigen Spannungen, Berücksichtigung von Oberflächenqualität, Rundlauf, Lagerung, Temperatur und Umweltbelastungen, ggf. zusätzliche Flächenvergrößerung oder Vermeidung von Stresskonzentrationsstellen (Kantenrundungen, Bohrungen). - Randbedingungen der Aufgabe (statische bzw. zyklische Beanspruchungen, moderate Umgebung) sollten durch die Auswahl von Material B oder durch eine vorsichtige Dimensionierung (z. B. 18 mm bei Material A) erfüllt werden.

Lösung zu Aufgabe 2: Lebensdauer- und Festigkeitsnachweise bei Wälzlagerung

a) Ermittlung des erforderlichen Tragzahlenwerts (dynamische Tragzahl C) und Lebensdaueranzeige

Gegeben: - Radialer Lastanteil $F_r = 2{,}5\,\text{kN}$ - Drehzahl $n = 1500\,\text{min}^{-1}$ - Ziel-Lebensdauer $L_{10} = 1{,}0 \times 10^6$ Umdrehungen - Exponent $p = 3$

Standardbeziehung (Dynamische Tragzahl, Lebensdauer):

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

mit P dem äquivalenten dynamischen Lastanteil. Für reinen Radialbelastungsfall $P \approx F_r$ (hier)

$$P \approx F_r = 2.5 \text{ kN}$$

Daraus folgt die Gleichung für die erforderliche C_{min}:

$$C_{\text{min}} = P \cdot (L_{10})^{1/p} \quad \text{(mit } L_{10} \text{ in Millionen Umdrehungen)}$$

Ausführung mit den gegebenen Werten:

$$C_{\text{min}} = (2.5 \text{ kN}) \cdot (1.0 \times 10^6 \text{ U/})^{1/3}$$

bzw. formal

$$C_{\text{min}} = P \cdot (L_{10})^{1/p} \quad , \quad P = 2.5 \text{ kN},\ L_{10} = 1 \text{ (in } 10^6 \text{ U]},\ p = 3.$$

Ergebnis (formale Darstellung):

$$C_{\text{min}} = 2.5 \text{ kN} \cdot (1)^{1/3} = 2.5 \text{ kN}$$

Hinweis: In diesem speziellen Fall ist aufgrund $L_{10} = 1$ (1 Million Umdrehungen) und $P = 2.5$ kN der minimale Tragfähigkeitswert $C_{\text{min}} = 2.5$ kN. In der Praxis würde man zusätzlich Zuverlässigkeitsfaktoren, Genauigkeits- und Einbaubedingungen berücksichtigen.

b) Bewertung zweier Lagerkandidaten

Gegeben: - Lager 1: $C_1 = 120$ kN - Lager 2: $C_2 = 300$ kN

Berechnung der Lebensdauer (nach $L_{10} = (C/P)^p$, $P = 2.5$ kN, $p = 3$):

- Lager 1:

$$\frac{C_1}{P} = \frac{120}{2.5} = 48 \quad \Rightarrow \quad L_{10,1} = 48^3 = 110{,}592 \quad \text{(in Millionen Umdrehungen)}$$

- Lager 2:

$$\frac{C_2}{P} = \frac{300}{2.5} = 120 \quad \Rightarrow \quad L_{10,2} = 120^3 = 1{,}728{,}000 \quad \text{(in Millionen Umdrehungen)}$$

Beurteilung: - Beide Lager erfüllen die geforderte Lebensdauer $L_{10} = 1 \times 10^6$ Umdrehungen deutlich. - Lager 2 liefert eine deutlich größere prognostizierte Lebensdauer (ca. 1.7 Millionen multipliziert mit 1000?) bzw. im Maßstab der üblichen Lebensdauerkennwerte eine wesentlich höhere Sicherheitsreserve. - Folglich erfüllt Lager 2 die Anforderung besser bzw. bietet einen größeren Lebensdauerpuffer.

c) Zusatzpunkte – Einfluss von Misalignment und Schmierung

Typische Einflussfaktoren auf die Lebensdauer von Kugellagern und deren Gegenmaßnahmen:

- Achsfehler / Misalignment: - Auswirkung: zusätzliche Randschädigung, erhöhte/unregelmäßige Lastverteilung, vorzeitige Rillenbildung. - Gegenmaßnahme: präzise Wellen- und Lagermontage, korrekte Passung, konsequente Ausrichtung, ggf. Vorbelastung bzw. Prüfungen des Systems.

- Schmierung / Schmierzustand: - Auswirkung: unzureichende Schmierung erhöht Reibung, Wärmeentwicklung und Verschleiß; zu starke Schmierung kann ebenfalls Probleme verursachen (Verdünnung, Verunreinigung). - Gegenmaßnahme: geeignete Schmiermittelauswahl, richtige Schmierintervalle, Kontrollen des Schmierzustands, saubere Betriebsbedingungen, Temperaturmanagement.

- Weitere Praxisfaktoren (kurz genannt): - Oberflächenqualitäten, Montagefehler, Temperaturbelastung, Stoßlasten, Vibrationen. - Gegenmaßnahmen: Nutzung geeigneter Qualitäts- und Montageprozesse, passende Lagerwahl unter Berücksichtigung der Betriebsbedingungen, regelmäßige Inspektion und Warten.