

Probeklausur

Konstruktion 1

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Konstruktion 1
Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Erstellungsdatum: September 6, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Konstruktion 1

Bearbeitungszeit: 90 Minuten.

Aufgabe 1.

(a) Eine Welle aus Stahl hat Durchmesser $d = 40$ mm und trägt das Drehmoment $T = 500$ N·m. Berechnen Sie die maximale Schubspannung τ_{\max} in der Welle. Verwenden Sie

$$\tau_{\max} = \frac{16 T}{\pi d^3}.$$

Geben Sie das Ergebnis in MPa an.

(b) Gegeben sei eine zulässige Schubspannung $\tau_{\text{allow}} = 0.58 \sigma_y$ mit $\sigma_y = 420$ MPa. Berechnen Sie den Sicherheitsfaktor $S_f = \tau_{\text{allow}}/\tau_{\max}$ aus Teil (a).

(c) Bestimmen Sie die minimale Wellenquerschnittsbreite d_{\min} so, dass $\tau_{\max} \leq \tau_{\text{allow}}$ gilt. Nutzen Sie die Gleichung aus Teil (a und b) entsprechend um d_{\min} zu berechnen:

$$d_{\min} = \left(\frac{16 T}{\pi \tau_{\text{allow}}} \right)^{1/3}.$$

Geben Sie das Ergebnis in Millimetern an.

(d) Diskutieren Sie kurz, welche Einflussfaktoren neben der Einhaltung der Schubspannung der Gestaltung einer Welle-Nabe-Verbindung dienen (ohne numerische Berechnung).

Aufgabe 2.

(a) Gegeben ist ein radial–niederiger Kugellager mit Dynamic Load Rating $C = 150 \text{ kN}$, Betriebslage $n = 1200 \text{ min}^{-1}$. Die Lebensdauer in Betriebsdrehungen wird angenommen durch die klassische Gleichung

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p \cdot 10^6, \quad p = 3,$$

wobei P die durchschnittliche Radialbelastung des Lagers in kN ist. Berechnen Sie die minimale zulässige Radialbelastung P (in kN), so dass eine Lebensdauer von $L_{10} = 7.2 \times 10^8$ Umdrehungen erreicht wird.

(b) Bestimmen Sie die Lebensdauer L_{10} in Stunden, wenn das Lager mit einer Radialbelastung $P = 25 \text{ kN}$ betrieben wird und $n = 1200 \text{ min}^{-1}$ gilt.

(c) Welche Auswirkungen würden Erhöhung der Betriebstemperatur oder Schmierbedingungen typischerweise auf die verifizierte Lebensdauer haben? begründen Sie knapp Ihre Antwort.

(d) Geben Sie eine kurze empfohlene Vorgehensweise an, um die Lebensdauer einer Wälzlageranordnung systematisch zu prüfen (ohne konkrete Zahlenwerte).

Aufgabe 3.

(a) Eine Stahlwelle mit Durchmesser $d = 40 \text{ mm}$ ist als Achse einer einfachen Lagerung belastet durch Biegemoment $M = 40 \text{ N} \cdot \text{m}$ und Drehmoment $T = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$. Berechnen Sie:
- die maximale Biegefestigkeit σ_b (Formel $\sigma_b = M c / I$ mit $I = \pi d^4 / 64$ und $c = d / 2$),
- die maximale Schubspannung τ durch Torsion (Formel $\tau = T r / J$ mit $J = \pi d^4 / 32$ und $r = d / 2$),
- und die vernachlässigbaren Hauptspannungen falls vorhanden.

(b) Nutzen Sie die von Ihnen berechneten Werte, um den von der Fließgrenze abgeleiteten Sicherheitsfaktor $S_f = \sigma_y / \sigma_{\text{vm}}$ abzuschätzen, wobei σ_{vm} der lineare Approximation nach von Mises entspricht:

$$\sigma_{\text{vm}} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \tau^2}.$$

Verwenden Sie $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$ für die Berechnung.

(c) Bestimmen Sie eine neue minimale Welle-Durchmesser d_{min} sodass für die gleichen M und T ein Sicherheitsfaktor von mindestens 2 erfüllt ist. Nutzen Sie die Formeln aus (a) und (b) und lösen Sie nach d auf. Geben Sie das Ergebnis in Millimetern an.

(d) Diskutieren Sie kurz, welche Annahmen hinter der Näherung mit der von-Mises-Bewertung stehen und welche Beschränkungen sie in der Praxis haben.

Aufgabe 4.

(a) Beschreiben Sie die Geometrie einer einfachen Welle–Nabe-Verbindung mit Passfeder. Geben Sie eine Beispiel-Geometrie an: - Welle $\varnothing d = 40$ mm, - Nabe mit Bohrung $\varnothing d$, - Passung, Nutbreite $b_f = 6$ mm, - Nuttiefe $h_f = 4$ mm, - Länge der Nabe $l_n = 60$ mm.

(b) Skizzieren Sie eine sinnvolle zweidimensionale Bemaßungs-idee für diese Welle–Nabe-Verbindung und nennen Sie die Ansichtsarten, die Sie verwenden würden (ohne Zeichnung zu liefern).

(c) Beschreiben Sie, welche Randbedingungen (Toleranzen, Oberflächen) typischerweise relevant sind, um eine zuverlässige Passung sicherzustellen, und welche Normteile sinnvoll eingesetzt werden könnten.

(d) Formulieren Sie eine kurze Stückliste (ohne Mengenangaben) der relevanten Bauteile, die für die Verbindung benötigt werden, und begründen Sie, warum diese Bauteile gewählt wurden.

Lösungen

Bearbeitungszeit: 90 Minuten.**Aufgabe 1.**

(a) Gegeben seien eine Stahl-Welle mit Durchmesser $d = 40$ mm und das Drehmoment $T = 500$ N · m. Die maximale Schubspannung wird bestimmt durch

$$\tau_{\max} = \frac{16 T}{\pi d^3}.$$

Es gilt $d = 0,04$ m und $T = 500$ N · m, $d^3 = 6,4 \times 10^{-5}$ m³.

$$\tau_{\max} = \frac{16 \cdot 500}{\pi \cdot 6,4 \times 10^{-5}} = \frac{8000}{2,0106 \times 10^{-4}} \approx 3,98 \times 10^7 \text{ Pa} \approx 39,8 \text{ MPa}.$$

(b) Gegeben sei eine zulässige Schubspannung $\tau_{\text{allow}} = 0,58 \sigma_y$ mit $\sigma_y = 420$ MPa. Dann

$$\tau_{\text{allow}} = 0,58 \times 420 \text{ MPa} = 243,6 \text{ MPa}.$$

Der Sicherheitsfaktor ergibt sich zu

$$S_f = \frac{\tau_{\text{allow}}}{\tau_{\max}} = \frac{243,6}{39,8} \approx 6,12.$$

(c) Minimale Wellenquerschnittsbreite d_{\min} so, dass $\tau_{\max} \leq \tau_{\text{allow}}$ gilt. Unter Verwendung der Vorgabe

$$d_{\min} = \left(\frac{16 T}{\pi \tau_{\text{allow}}} \right)^{1/3},$$

und Einsetzen von $T = 500$ N · m sowie $\tau_{\text{allow}} = 243,6$ MPa = $243,6 \times 10^6$ Pa erhält man

$$d_{\min} = \left(\frac{8000}{\pi \cdot 243,6 \times 10^6} \right)^{1/3} = (1,04 \times 10^{-5})^{1/3} \text{ m} \approx 2,19 \times 10^{-2} \text{ m} \approx 21,9 \text{ mm}.$$

(d) Einflussfaktoren neben der Schubspannung bei der Gestaltung einer Welle-Nabe-Verbindung (ohne numerische Berechnung): - Geometrische Auslegung des Schlüsselkanals: Platzierung, Rundungen der Ecken, Fillets an der Nut (Rillenrundung), um Stresskonzentrationen zu minimieren. - Lageabweichungen und Ausrichtung: Axial- und radialer Versatz zwischen Welle und Nabe, Passungstoleranzen. - Material- und Oberflächeneigenschaften: Werkstoff, Oberflächenhärte, Oberflächenqualität (Ra), verbleibende Restspannungen. - Fertigungstoleranzen: Maßhaltigkeit der Nutbreite und Nuttiefe, Passung der Welle zur Nabe, Maßtoleranzen der Nut. - Korrosions- und Ermüdungseinflüsse: Belastungswechsel, Umgebungsbedingungen, Schmierung, Temperatur. - Nachgiebigkeit/StEIFigkeit des Gesamtsystems: Biegung, Verformungen unter Last, Passungenachgänge. - Sicherheit gegen Verschleiß und Lockerung: Schlüsselpassung, Klemmung, ggf. Sicherungsmaßnahmen.

Aufgabe 2.

(a) Gegeben ist ein radial-niederiger Kugellager mit Dynamic Load Rating $C = 150 \text{ kN}$ und Betriebsgeschwindigkeit $n = 1200 \text{ min}^{-1}$. Die Lebensdauer in Betriebsdrehungen wird durch

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \cdot 10^6, \quad p = 3,$$

mit P der durchschnittlichen Radialbelastung in kN beschrieben.

Gesucht ist das minimale P , sodass eine Lebensdauer von $L_{10} = 7.2 \times 10^8$ Umdrehungen erreicht wird. Aus

$$7.2 \times 10^8 = \left(\frac{150}{P}\right)^3 \cdot 10^6 \quad \Rightarrow \quad 720 = \left(\frac{150}{P}\right)^3,$$

folgt

$$\frac{150}{P} = 720^{1/3} \approx 8.95 \quad \Rightarrow \quad P \approx \frac{150}{8.95} \approx 16.8 \text{ kN}.$$

(b) Lebensdauer L_{10} bei $P = 25 \text{ kN}$ und $n = 1200 \text{ min}^{-1}$. Mit $C/P = 150/25 = 6$ folgt

$$L_{10} = (6)^3 \cdot 10^6 = 216 \times 10^6 \text{ Umdrehungen} = 2.16 \times 10^8 \text{ Umdrehungen}.$$

Bei $n = 1200 \text{ min}^{-1}$ entspricht das eine Betriebsdauer von

$$\text{Dauer (h)} = \frac{L_{10}}{n \cdot 60} = \frac{2.16 \times 10^8}{1200 \times 60} = \frac{2.16 \times 10^8}{72,000} = 3000 \text{ h}.$$

(c) Auswirkungen einer Erhöhung der Betriebstemperatur oder Schmierbedingungen auf die verifizierte Lebensdauer (knapp): - Höhere Temperatur verringert Schmierfilmdicke, erhöht Reibung und Verschleiß, reduziert Lebensdauer (niedrigere Ausnutzungsdauer). - Schlechter Schmierzustand erhöht Poren- und Kontaktverschleiß, führt zu schneller Ermüdung und reduziert C sowie die Betriebslebensdauer. - Temperaturerhöhung kann Material- und Passungsänderungen (Ausdehnung) sowie veränderte Viskosität der Schmierung nach sich ziehen, was die Lebensdauer ebenfalls negativ beeinflusst.

(d) Kurze empfohlene Vorgehensweise, um die Lebensdauer einer Wälzlageranordnung systematisch zu prüfen (ohne konkrete Zahlenwerte): - Ermitteln der Betriebsbelastungen (Dauerkraft, Stoßbelastung, Lastwechsel) und der Lastspektrren. - Bestimmen des äquivalenten dynamischen Lastspektrums; Herangehensweise aus der Wälzlager-Auslegung: L_{10} -Berechnung verwenden. - Auswählen eines geeigneten Sicherheitsfaktors und Umrechnung in P bzw. Anpassung von Betriebstemperatur und Schmierbedingungen. - Berücksichtigen von Temperatur, Schmierzustand, Lebensdauerzeleinflussfaktoren (Schmierfilm, Viskosität, Oxidation). - Prüfung gegen die Anforderungen: Kadenz- bzw. Lebensdauer, Kosten, Wartungsintervalle. - Dokumentation des Vorgehens; ggf. Durchführung von Tests oder Lebensdauer-Näherungen (FEM-unterstützte Analyse, experimentelle Validierung).

Aufgabe 3.

(a) Eine Stahlwelle mit Durchmesser $d = 40 \text{ mm}$ ist als Achse einer einfachen Lagerung belastet durch Biegemoment $M = 40 \text{ N} \cdot \text{m}$ und Drehmoment $T = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$. Berechnen Sie: - die maximale Biegefestigkeit σ_b (Formel $\sigma_b = Mc/I$ mit $I = \pi d^4/64$ und $c = d/2$), - die maximale

Schubspannung τ durch Torsion (Formel $\tau = Tr/J$ mit $J = \pi d^4/32$ und $r = d/2$), - und die vernachlässigbaren Hauptspannungen falls vorhanden.

Lösung:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi(0,04)^4}{64} \approx 1,256 \times 10^{-7} \text{ m}^4, \quad c = \frac{d}{2} = 0,02 \text{ m.}$$

$$\sigma_b = \frac{Mc}{I} = \frac{40 \cdot 0,02}{1,256 \times 10^{-7}} = \frac{0,8}{1,256 \times 10^{-7}} \approx 6,37 \times 10^6 \text{ Pa} \approx 6,37 \text{ MPa.}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi(0,04)^4}{32} \approx 2,513 \times 10^{-7} \text{ m}^4, \quad r = \frac{d}{2} = 0,02 \text{ m.}$$

$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{10 \cdot 0,02}{2,513 \times 10^{-7}} = \frac{0,2}{2,513 \times 10^{-7}} \approx 7,96 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 0,80 \text{ MPa.}$$

Die vernachlässigbaren Hauptspannungen sind im Verhältnis zu σ_b und τ klein; falls vorhanden, sind sie deutlich geringer als σ_b und tragen kaum zur Beanspruchung bei.

(b) Nutzen Sie die berechneten Werte, um den von der Fließgrenze abgeleiteten Sicherheitsfaktor

$$S_f = \frac{\sigma_y}{\sigma_{vm}}$$

abzuschätzen, wobei $\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau^2}$ die lineare von Mises-Norm ist. Verwenden Sie $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$.

Berechnung:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{(6,37)^2 + 3(0,80)^2} \text{ MPa} \approx \sqrt{40,56 + 1,92} \approx \sqrt{42,48} \approx 6,52 \text{ MPa.}$$

$$S_f = \frac{400}{6,52} \approx 61,4.$$

(c) Bestimmen Sie eine neue minimale Welle-Durchmesser d_{\min} sodass für die gleichen M und T ein Sicherheitsfaktor von mindestens 2 erfüllt ist. Aus der vorher hergeleiteten Form:

$$\sigma_b = \frac{32M}{\pi d^3}, \quad \tau = \frac{16T}{\pi d^3}, \quad \sigma_{vm} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{4M^2 + 3T^2}.$$

Der Sicherheitsfaktor genügt, wenn $\sigma_y/\sigma_{vm} \geq 2 \Rightarrow \sigma_{vm} \leq \sigma_y/2$. Daraus ergibt sich

$$d^3 \geq \frac{32 \sqrt{4M^2 + 3T^2}}{\pi \sigma_y}.$$

Mit $M = 40 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ und $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$ (i.e. $4,0 \times 10^8 \text{ Pa}$):

$$\sqrt{4M^2 + 3T^2} = \sqrt{4 \cdot 40^2 + 3 \cdot 10^2} = \sqrt{6400 + 300} = \sqrt{6700} \approx 81,93,$$

$$d^3 \geq \frac{32 \cdot 81,93}{\pi \cdot 4,0 \times 10^8} = \frac{2621,4}{1,2566 \times 10^9} \approx 2,09 \times 10^{-6} \text{ m}^3,$$

$$d_{\min} = (2,09 \times 10^{-6})^{1/3} \approx 1,27 \times 10^{-2} \text{ m} \approx 12,7 \text{ mm.}$$

(d) Diskutieren Sie kurz die Annahmen hinter der Näherung mit der von-Mises-Bewertung und deren Praxis-Beschränkungen. - Die von-Mises-Norm ist ein äquivalentes Maß für duktilen Materialverhalten unter multiaxialer Beanspruchung und dient der Vereinfachung der Festigkeitsbewertung. - Sie gilt primär für isotrope, elasto-plastische, duktilen Materialien bei statischen bzw. quasi-statischen Lasten; für spröde Materialien oder deutlich nicht-gleichförmige Spannungsverläufe ist sie ungenau. - Sie vernachlässigt Mean-Stress-Effekte, Querschnittsnachweise, Torsions-Wirkungen bei komplexen Spannungszuständen und Stresskonzentrationen (z. B. durch Kerben oder Kerbentlastungen). - In der Praxis ist sie eine verbreitete, robuste Näherung, doch ggf. müssen weitere Kriterien (z. B. Mehrachschnitt, Ermüdungslebensdauer oder direkter Vergleich mit Stress-Konzentrationsfaktoren) herangezogen werden.

Aufgabe 4.

(a) Beschreiben Sie die Geometrie einer einfachen Welle-Nabe-Verbindung mit Passfeder. Gegeben seien: - Welle $\varnothing d = 40$ mm, - Nabe Bohrung $\varnothing d$ (Nabe mit Passung), - Passung, Nutbreite $b_f = 6$ mm, - Nuttiefe $h_f = 4$ mm, - Länge der Nabe $l_n = 60$ mm.

Lösungshinweis: Die Passfeder wird in eine Nut der Welle (Schaft) eingelegt und in einer korrespondierenden Nut der Nabe aufgenommen. Die Nutbreite entspricht der Breite der Passfeder; die Nuttiefe sichert die Axialführung der Feder und die Transmissionsbereitschaft des Drehmoments. Die Anordnung überträgt das Drehmoment durch Reibung an der Passfederfläche und verhindert Durchrutschen.

(b) Skizzieren Sie eine sinnvolle zweidimensionale Bemaßungsidee für diese Welle-Nabe-Verbindung und nennen Sie die Ansichtsarten, die Sie verwenden würden (ohne Zeichnung zu liefern).

Lösungshinweis: Typische Ansichten: - Vorderansicht (Vorne/Seitenansicht) zur Darstellung der Nutenposition am Gewinden der Nabe, - Seitenschnitt (Schnitt A-A) durch Welle und Nabe, um Nutlage, Tiefe h_f und Breite b_f sichtbar zu machen, - Draufsicht zur Anzeige von Passfederlage und Nutausräumung entlang der Achse. Wichtige Maße: Welle φ (Durchmesser), Nutbreite b_f , Nuttiefe h_f , Nabenbohrung, Länge l_n .

(c) Beschreiben Sie, welche Randbedingungen (Toleranzen, Oberflächen) typischerweise relevant sind, um eine zuverlässige Passung sicherzustellen, und welche Normteile sinnvoll eingesetzt werden könnten.

Lösungshinweis: Relevante Randbedingungen: - Passung zwischen Welle und Nut: Nutbreite und Nuttiefe müssen toleriert werden, damit die Passfeder sauber hineinpasst, z. B. tolerierte Breite der Nut (b_f) und Herstellungstoleranzen der Welle. - Oberflächenqualität: glatte Oberflächen, geringe Rauheit, saubere Kanten (Abrundungen) zur Verhinderung von Kerbwirkung. - Werkstoff- und Wärmebehandlung: ausreichend harte Oberflächen, vorzugsweise vergütetes Material oder geeignete Oberflächenhärtung. - Normteile: Standard-Passfedern mit definierten Abmessungen und Toleranzen; Standard-Nutprofil (Passfedernut) gemäß ISO/DIN-Normen; ggf. passende Passfedernut-Form in Welle und Nabe.

(d) Formulieren Sie eine kurze Stückliste (ohne Mengenangaben) der relevanten Bauteile, die für die Verbindung benötigt werden, und begründen Sie, warum diese Bauteile gewählt wurden.

Lösungshinweis: Mögliche Stückliste: - Welle aus Stahl (Durchmesser 40 mm): zentrale Bauteilführung der Verbindung, Aufnahme der Passfeder. - Nabe (mit Bohrung $\varnothing 40$ mm): Gegenstück zur Welle, überträgt Drehmoment via Passfeder. - Passfeder (Breite $b_f = 6$ mm, Höhe $h_f = 4$ mm, Länge $l_n = 60$ mm): zentrale Übertragungseinrichtung, verhindert Durchrutschen. - Nut (Welle) und Nut in der Nabe bzw. entsprechende Profilierung: ermöglicht

das Einschieben der Passfeder. - Befestigungselemente (Schrauben o. ä.) falls nötig, zur zusätzlichen Fixierung der Nabe auf der Welle bzw. der Nabe an der Welle. - ggf. Schmierung bzw. Oberflächenbehandlung (Härtung, Verzunderungsschutz) zur Lebensdauererhöhung.