Probeklausur

Mikroökonomik (4 LP)

Universität:	Technische Universität Berlin
Kurs/Modul:	Mikroökonomik (4 LP)
Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Erstellungsdatum:	September 20, 2025

Aufgabe 1.

(a) Gegeben sei die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = x_1^{0.5} x_2^{0.5}$, Preisvektoren $p = (p_1, p_2) = (2, 1)$ und Budget $m = 100$. Bestimmen Sie die Marshall'sche Nachfrage (x_1^*, x_2^*) und die Ausgaben.

(b) Bestimmen Sie die Hicks'sche Nachfrage (x_1^h, x_2^h) bei gegebener Nutzniveauhöhe u_0 und Preisen. Formulieren Sie außerdem die Slutsky- Zerlegung der Nachfrageänderung bei einer Preisänderung von $p_1 : 2 \to 3$ und interpretieren Sie Substitutionseffekt und Einkommenseffekt.

(c) Diskutieren Sie, wie sich der Konsum von Gut 1 mit steigendem Einkommen m bei konstanten Preisen verändert. Geben Sie dazu die Relation $\frac{\partial x_1}{\partial m}$ an und interpretieren Sie das Vorzeichen.

(d) Geben Sie eine kurze wirtschaftliche Einordnung zur Bedeutung der Budgetbeschränkung und der Präferenzen im gegebenen Beispiel.

Aufgabe 2.

(a) Gegeben sei die Produktionsfunktion $Q(K,L) = K^{0.5}L^{0.5}$ und Faktorpreise r (Kapital) bzw. w (Arbeit). Leiten Sie die kostenminimale Eingangsmenge (K,L) für eine gegebene Outputmenge Q her. Drücken Sie K und L als Funktionen von Q, w, r und geben Sie die Kostenfunktion $C(Q)$ an.

(b) Nehmen Sie an, ein Unternehmen maximiert Gewinn $\pi(p) = p\,Q(K,L) - C(Q)$ mit derselben Produktionsfunktion $Q(K,L) = K^{0.5}L^{0.5}$ und Kosten $C(Q)$ aus Teil (a). Diskutieren Sie, ob bei konstanter Grenzkosten eine positive Produktionsmenge $Q > 0$ optimal ist, bzw. unter welchen Bedingungen eine Produktion irrelevant wäre.

(c) Betrachten Sie den Kurzfristfall, in dem Kapital K fixiert ist ($K = K_0$). Bestimmen Sie die bedingte Nachfrage nach Arbeit L für gegebenes Outputziel Q und geben Sie die resultierende Kostenfunktion $C(Q|K_0)$ an.

Aufgabe 3.

(a) Gegeben seien die Marktnachfrage $Q_d = 60 - 2P$ und das Markangebot $Q_s = -10 + 3P$. Bestimmen Sie Gleichgewichtspreis P^* und Gleichgewichtsmenge Q^*.

(b) Einheitenbezogener Steuerzuschlag t pro Einheit wird eingeführt. Die Nachfrage bleibt unverändert, das Angebot verschiebt sich zu $Q_s = -10 + 3(P - t)$. Bestimmen Sie die neuen Gleichgewichtsgrößen P^*, Q^* für $t = 2$ und diskutieren Sie Konsumenten- bzw. Produzentenrente.

(c) Diskutieren Sie die Wohlfahrtseffekte der Steuer, definieren Sie Konsumenten- und Produzentenrente sowie Deadweight Loss, ohne Lösungen zu nennen.

Aufgabe 4.

(a) Cournot-Duopol mit identischen Firmen. Inverse Nachfrage $P(Q) = 100 - Q$, Kostenfunktion $C_i(q_i) = 20q_i$ für beide Firmen. Berechnen Sie die Nash-Gleichgewichtsprodukte q_1^*, q_2^*, den Gleichgewichtspreis P^* und die Profite π_i der jeweiligen Firma.

(b) Bertrand-Wettbewerb mit homogener Ware und Kosten $C_i(q_i) = 20q_i$, Preisbildung unter Gleichgewicht. Bestimmen Sie den Gleichgewichtspreis und erklären Sie, warum in diesem Setup der Gewinn der Unternehmen typischerweise negativ bzw. null sein kann.

(c) Diskutieren Sie kurz, welche regulatorischen oder marktdynamischen Maßnahmen aus mikroökonomischer Sicht die Wohlfahrt in oligopolistischen Märkten verbessern könnten.

Lösungen

Aufgabe 1.

(a) Gegeben sei die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = x_1^{0.5} x_2^{0.5}$, Preisvektoren $p = (p_1, p_2) = (2, 1)$ und Budget $m = 100$. Bestimmen Sie die Marshall'sche Nachfrage (x_1^*, x_2^*) und die Ausgaben.

Lösung: Für eine Cobb-Dodhaus-Nutzenfunktion mit Exponenten $(0.5, 0.5)$ beträgt der Ausgabenanteil für Gut 1 konstant 0.5. Demnach

$$x_1^* = \frac{0.5\,m}{p_1} = \frac{0.5 \cdot 100}{2} = 25, \qquad x_2^* = \frac{0.5\,m}{p_2} = \frac{0.5 \cdot 100}{1} = 50.$$

Ausgaben: $p_1 x_1^* = 2 \cdot 25 = 50$, $p_2 x_2^* = 1 \cdot 50 = 50$; insgesamt $m = 100$.

(b) Bestimmen Sie die Hicks'sche Nachfrage (x_1^h, x_2^h) bei gegebener Nutzniveauhöhe u_0 und Preisen. Formulieren Sie außerdem die Slutsky- Zerlegung der Nachfrageänderung bei einer Preisänderung von $p_1 : 2 \to 3$ und interpretieren Sie Substitutionseffekt und Einkommenseffekt.

Lösung: Zunächst sei u_0 das Nutzniveau. Die Hicks'sche Nachfrage minimiert Kosten unter der Bedingung $U(x_1, x_2) = u_0$. Formuliere das Lagrangeproblem

$$\min_{x_1, x_2} \; p_1 x_1 + p_2 x_2 \quad \text{unter} \quad x_1^{0.5} x_2^{0.5} = u_0.$$

Mit der FOC erhält man

$$p_1 = \mu x_2, \quad p_2 = \mu x_1, \quad x_1 x_2 = u_0^2.$$

Aus $p_1 x_1 = p_2 x_2$ folgt $p_1 x_1 = p_2 x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{p_1}{p_2} x_1$. Setzt man in $x_1 x_2 = u_0^2$ ein, erhält man

$$x_1^h = u_0 \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}, \qquad x_2^h = u_0 \sqrt{\frac{p_1}{p_2}}.$$

Mit den gegebenen Preisen $p_1 = 2,\ p_2 = 1$ gilt

$$x_1^h = u_0/\sqrt{2}, \qquad x_2^h = u_0 \sqrt{2}.$$

Slutskyzerlegung: Die Marshall'sche Nachfrage ändert sich durch Preisänderung von $p_1 : 2 \to 3$ auf

$$x_1^M(p_1 = 2, m) = 25, \quad x_1^M(p_1 = 3, m) = \frac{0.5\,m}{p_1} = \frac{50}{3} = 16.\overline{6}.$$

Die kompensierte Nachfrage (Hicks'sche Nachfrage) bei konstanter Nutzebene mit ursprünglichem $u_0 = \sqrt{1250} = 25\sqrt{2}$ verändert sich zu

$$x_1^h(p_1 = 3) = u_0 \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = 25\sqrt{2}\sqrt{\frac{1}{3}} = 25\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 20.41.$$

Daraus folgt für die Substitutionseffekte

$$\Delta x_1^s = x_1^h(p_1 = 3) - x_1^h(p_1 = 2) = 25\sqrt{\frac{2}{3}} - 25 = 25\left(\sqrt{\tfrac{2}{3}} - 1\right) \approx -4.59.$$

Der Einkommenseffekt ergibt sich aus

$$\Delta x_1^e = \Delta x_1^M - \Delta x_1^s = \left(\frac{50}{3} - 25\right) - \left(25\sqrt{\frac{2}{3}} - 25\right) = -\frac{25}{3} - 25\left(\sqrt{\frac{2}{3}} - 1\right) \approx -3.75.$$

Gesamte Nachfrageänderung: $\Delta x_1^M \approx -8.33$ (von 25 auf ca. 16.67).

Interpretation: - Substitutionseffekt ($\Delta x_1^s < 0$) reagiert negativ auf den Preisanstieg von Gut 1, da das Gut teurer wird und mehr durch Substitution abgewandert wird. - Einkommenseffekt ($\Delta x_1^e < 0$) reflektiert die realen Einkommensverlust durch den höheren Preis (Budgetkürzung), der zu weiterem Rückgang von Gut 1 führt. - Die Gesamtveränderung der Nachfrage (Marshallian) ergibt sich aus der Summe beider Effekte.

(c) Diskutieren Sie, wie sich der Konsum von Gut 1 mit steigendem Einkommen m bei konstanten Preisen verändert. Geben Sie dazu die Relation $\frac{\partial x_1}{\partial m}$ an und interpretieren Sie das Vorzeichen.

Lösung: Aus der Marshall'schen Nachfrage für das Cobb-Douglas-Nutzenprofil gilt

$$x_1^*(m) = \frac{0.5\, m}{p_1},$$

also

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{0.5}{p_1}.$$

Mit $p_1 = 2$ folgt $\frac{\partial x_1}{\partial m} = 0.25 > 0$. Interpretation: Gut 1 ist ein normales Gut; ein Anstieg des Einkommens erhöht die Nachfrage nach Gut 1, bei konstanter Preislage und konstanter Preisstruktur.

(d) Geben Sie eine kurze wirtschaftliche Einordnung zur Bedeutung der Budgetbeschränkung und der Präferenzen im gegebenen Beispiel.

Lösung: - Budgetbeschränkung: Sie fasst die knappen Ressourcen (Geld) in eine zulässige Menge von Güterbündeln zusammen. Ihre Steilheit (Neigung) wird durch das Preisverhältnis p_1/p_2 bestimmt. Die Budgetlinie definiert den Bereich der erreichbaren Konsumbündel. - Präferenzen (Nutzenfunktion): Die gegebene Nutzenfunktion U(x1,x2)=(x1 x2) besitzt monotone, strikt konkave Eigenschaften (Cobb-Douglas), wodurch es zu einer eindeutigen, interioren Optimalpunkt kommt. Die konstanten Ausgabenanteile (0.5 auf jedes Gut) liefern eine stabile Allokation unabhängig vom Einkommen, solange die Preise unverändert bleiben. Die Kombination aus Budgetbeschränkung und Präferenzen führt somit zu einer eindeutigen, effizienten Allokation des Budgets.

Aufgabe 2.

(a) Gegeben sei die Produktionsfunktion $Q(K,L) = K^{0.5}L^{0.5}$ und Faktorpreise r (Kapital) bzw. w (Arbeit). Leiten Sie die kostenminimale Eingangsmenge (K,L) für eine gegebene Outputmenge Q her. Drücken Sie K und L als Funktionen von Q, w, r und geben Sie die Kostenfunktion $C(Q)$ an.

Lösung: Kostenminimierung: Minimiere $C = rK + wL$ unter der Nebenbedingung $Q = K^{0.5}L^{0.5}$ bzw. $KL = Q^2$. Lagrange: $\mathcal{L} = rK + wL + \mu(Q^2 - KL)$. FOK: - $\partial\mathcal{L}/\partial K = r - \mu L = 0 \Rightarrow \mu L = r$, - $\partial\mathcal{L}/\partial L = w - \mu K = 0 \Rightarrow \mu K = w$.

Daraus folgt $rL = wK$ bzw. $L = (w/r)K$. Setze in $KL = Q^2$: $K \cdot (w/r)K = Q^2 \Rightarrow K^2 = (r/w)Q^2$, also

$$K^*(Q,w,r) = Q\sqrt{\frac{w}{r}}, \qquad L^*(Q,w,r) = Q\sqrt{\frac{r}{w}}.$$

Kostenfunktion:

$$C(Q) = rK^* + wL^* = r\,Q\sqrt{\frac{w}{r}} + w\,Q\sqrt{\frac{r}{w}} = Q\left(\sqrt{rw} + \sqrt{rw}\right) = 2\,Q\,\sqrt{rw}.$$

(b) Nehmen Sie an, ein Unternehmen maximiert Gewinn $\pi(p) = p\,Q(K,L) - C(Q)$ mit derselben Produktionsfunktion $Q(K,L) = K^{0.5}L^{0.5}$ und Kosten $C(Q)$ aus Teil (a). Diskutieren Sie, ob bei konstanter Grenzkosten eine positive Produktionsmenge $Q > 0$ optimal ist, bzw. unter welchen Bedingungen eine Produktion irrelevant wäre.

Lösung: Mit den oben bestimmten Kosten gilt $C(Q) = 2Q\sqrt{rw}$. Der Gewinn bei der Produktion von Q Einheiten beträgt

$$\pi(Q) = pQ - C(Q) = pQ - 2Q\sqrt{rw} = (p - 2\sqrt{rw})Q.$$

- Falls $p > 2\sqrt{rw}$: Gewinnfunktion ist linear, steigt mit Q; es gibt kein finite Optimum (theoretisch unbeschränktes Output-Niveau, solange Kapazitäten unrealistisch gesetzt werden). Produktion ist dann ökonomisch sinnvoll (unbegrenztes Wachstum möglich). - Falls $p = 2\sqrt{rw}$: Gewinn ist null unabhängig von Q; jedes Q liefert denselben Gewinn von 0. - Falls $p < 2\sqrt{rw}$: Optimal ist $Q = 0$ (nicht produzieren), da jeder Output negative Gewinn abwirft.

Damit gelten positive Produktionsmengen nur unter der Bedingung $p > 2\sqrt{rw}$.

(c) Betrachten Sie den Kurzfristfall, in dem Kapital K fixiert ist ($K = K_0$). Bestimmen Sie die bedingte Nachfrage nach Arbeit L für gegebenes Outputziel Q und geben Sie die resultierende Kostenfunktion $C(Q|K_0)$ an.

Lösung: Mit festem K_0 gilt $Q = \sqrt{K_0 L}$ bzw. $L = \dfrac{Q^2}{K_0}$. Bedingte Kostenfunktion:

$$C(Q\,|\,K_0) = rK_0 + wL = rK_0 + w\,\frac{Q^2}{K_0}.$$

Aufgabe 3.

(a) Gegeben seien die Marktnachfrage $Q_d = 60 - 2P$ und das Markangebot $Q_s = -10 + 3P$. Bestimmen Sie Gleichgewichtspreis P^* und Gleichgewichtsmenge Q^*.

Lösung: Gleichgewicht: $Q_d = Q_s \Rightarrow 60 - 2P = -10 + 3P \Rightarrow 70 = 5P \Rightarrow P^* = 14$. Dann $Q^* = Q_d(14) = 60 - 2 \cdot 14 = 32$.

(b) Einheitenbezogener Steuerzuschlag t pro Einheit wird eingeführt. Die Nachfrage bleibt unverändert, das Angebot verschiebt sich zu $Q_s = -10 + 3(P - t)$. Bestimmen Sie die neuen Gleichgewichtsgrößen P^*, Q^* für $t = 2$ und diskutieren Sie Konsumenten- bzw. Produzentenrente.

Lösung: Gleichung: $60 - 2P = -10 + 3(P - t)$. Daraus $60 + 10 + 3t = 5P \Rightarrow P^* = \frac{70+3t}{5}$. Für $t = 2$: $P^* = \frac{76}{5} = 15.2$; $Q^* = 60 - 2P^* = 60 - 2 \cdot 15.2 = 29.6 = \frac{148}{5}$.

Konsumentenrente (CR) und Produzentenrente (PR) mit linearer Nachfrage-/Angebotskurve: - Inverse Nachfrage: $P_d(Q) = 30 - \frac{Q}{2}$. - Inverse Angebot: $P_s(Q) = \frac{Q+10}{3}$.

Vor Steuer ($t = 0$): - Gleichgewicht $Q^* = 32$, $P^* = 14$. - CR0 = $\frac{1}{2}(P_{\max} - P^*)Q^* = \frac{1}{2}(30-14) \cdot 32 = 256$. - P0R (Produzentenrente) = $\frac{1}{2}(P^* - P_s(0))Q^* = \frac{1}{2}\left(14 - \frac{10}{3}\right) \cdot 32 = \frac{512}{3} \approx 170.67$.

Nach Steuer ($t = 2$): - CR1 = $\frac{1}{2}(30 - P^*)Q^* = \frac{1}{2}\left(30 - 15.2\right) \cdot 29.6 = 219.04$. - P1R = $\frac{1}{2}(P^*_{\text{prod}} - P_s(0))Q^*$ mit $P^*_{\text{prod}} = P^* - t = 15.2 - 2 = 13.2$ bzw. $P_s(0) = \frac{10}{3}$: PR1 = $\frac{1}{2}\left(13.2 - \frac{10}{3}\right) \cdot 29.6 = \frac{21904}{150} \approx 146.03$. - Staatliche Abgaben (Steuererlös): $T = t \cdot Q^* = 2 \cdot 29.6 = 59.2$.

Wohlfahrt insgesamt (CR1+PR1+T) $219.04 + 146.03 + 59.2 \;\; 424.27$. Wohlfahrt vor Steuer $256 + 170.67 \;\; 426.67$. Totale Wohlfahrt sinkt um ca. 2.40 (DWL 2.4).

Hinweis: Die Ergebnisse können in Bruchteilen ausgedrückt werden: - $P^*(t) = \frac{70+3t}{5}$, $Q^*(t) = 60 - \frac{2(70+3t)}{5} = \frac{148-6t}{5}$; für $t = 2$ ergibt sich $P^* = 76/5$, $Q^* = 148/5$.

(c) Diskutieren Sie die Wohlfahrtseffekte der Steuer, definieren Sie Konsumenten- und Produzentenrente sowie Deadweight Loss, ohne Lösungen zu nennen.

Lösung: - Konsumentenrente (CR): Fläche zwischen der höchst erzielbaren Preisgrenze der Nachfrage bei jedem produzierten Mengenniveau und dem tatsächlich gezahlten Preis (Konsumentenpreis). Formal: CR = $\int_0^Q [P_d(q) - P_{\text{konsum}}]\, dq$. - Produzentenrente (PR): Fläche zwischen dem tatsächlich erhaltenen Preis (nach Steuern) und der Grenzausbringung der Anbieter (Angebotspreis) bis zur gehandelten Menge. Formal: PR = $\int_0^Q [P_{\text{produzent}}(q) - P_s(q)]\, dq$. - Deadweight Loss (DWL): Verlust an gesamtwirtschaftlicher Wohlfahrt durch die Steuer, gemessen als die entgangene Fläche zwischen Nachfrage- und Angebotskurve im Mengenausgleichsstreckenbereich, d.h. der Bereich zwischen ursprünglichem und neuem Gleichgewicht, der nicht in CS- oder PS-Volumen aufgegangen ist.

Aufgabe 4.

(a) Cournot-Duopol mit identischen Firmen. Inverse Nachfrage $P(Q) = 100 - Q$, Kostenfunktion $C_i(q_i) = 20q_i$ für beide Firmen. Berechnen Sie die Nash-Gleichgewichtsprodukte q_1^*, q_2^*, den Gleichgewichtspreis P^* und die Profite π_i der jeweiligen Firma.

Lösung: Im Cournot-Gleichgewicht gilt für jeden Anbieter i bei Konkurrent j die FOC

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow 100 - (q_i + q_j) - q_i - 20 = 0 \quad \Rightarrow \; 80 - 2q_i - q_j = 0.$$

Bei Symmetrie $q_1^* = q_2^* = q$ erhält man

$$2q + q = 80 \quad \Rightarrow \quad q^* = \frac{80}{3} = \; 26.666\ldots.$$

Damit $Q^* = q_1^* + q_2^* = \frac{160}{3}$ und der Gleichgewichtspreis

$$P^* = 100 - Q^* = 100 - \frac{160}{3} = \frac{140}{3} \approx 46.666\ldots.$$

Profite:

$$\pi_i = (P^* - C_i'(q_i^*))\, q_i^* = (P^* - 20)\, q^* = \left(\frac{140}{3} - 20\right)\frac{80}{3} = \frac{80}{3} \cdot \frac{80}{3} = \frac{6400}{9} \approx 711.11.$$

(b) Bertrand-Wettbewerb mit homogener Ware und Kosten $C_i(q_i) = 20q_i$, Preisbildung unter Gleichgewicht. Bestimmen Sie den Gleichgewichtspreis und erklären Sie, warum in diesem Setup der Gewinn der Unternehmen typischerweise negativ bzw. null sein kann.

Lösung: Bei Bertrand-Wettbewerb mit homogener Ware und identischen Grenzkosten (MC=20) führt der Wettbewerb der Unternehmen dazu, dass der Gleichgewichtspreis

$$P^* = MC = 20$$

ist. Da der Grenzerlös gleich dem Preis ist, ergibt sich bei vollständiger Konkurrenz null Gewinn pro Einheit; bei positiven Gesamtkosten (keine Fixkostenannahmen hier) wäre der Gesamtnutzen maximal, aber der Gewinn pro Unternehmen liegt meist bei Null. Ohne bedeutsame Fixkosten würden die Gewinne praktisch Null sein; bei Vorhandensein von Fixkosten könnten die Gewinne negativ sein, falls keine ausreichenden Umsätze erzielt werden.

(c) Diskutieren Sie kurz, welche regulatorischen oder marktdynamischen Maßnahmen aus mikroökonomischer Sicht die Wohlfahrt in oligopolistischen Märkten verbessern könnten.

Lösung: - Wettbewerbspolitik/Antitrust: Verhinderung von Kartellen, Missbrauch von Marktmacht und überhöhten Marktzutrittsbarrieren; Förderung echter konkurrenzbasierter Preise. - Marktzutritt erleichtern: Senkung von Markteintrittsbarrieren, Förderung von multiple Anbietern; mehr Wettbewerb senkt Preise und steigert Wohlfahrt. - Regulierung natürlicher Monopole dort, wo Wettbewerb nicht effizient ist (z. B. Netzindustrien): Preisregulierung, Kostendeckung, Anreizkomponenten. - Förderung von Produktdifferenzierung und Innovation: Stärkere Anreize für Wettbewerb über Qualität, Service, Innovation statt nur Preis. - Regulierte Mergerkontrolle: Verhinderung von Fusionen, die Marktstruktur stark zugunsten weniger Anbieter verschieben. - Transparenz und Informationspolitik: bessere Informationsverfügbarkeit verringert Informationsasymmetrien und erleichtert Preisvergleiche.