Probeklausur

Technische Wärmelehre (9 LP)

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Technische Wärmelehre (9 LP)
Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Erstellungsdatum: September 20, 2025

Aufgabe 1.

(a) Ein ideales Gasgemisch mit $n = 2$ Mol befindet sich bei Druck $p_1 = 1$ bar und Temperatur $T_1 = 300$ K in einem Zylinder mit festem Volumen. Berechnen Sie das Volumen V und den Druck p_2, wenn die Temperatur auf $T_2 = 420$ K erhöht wird.

$$pV = nRT \quad \Rightarrow \quad V = \frac{nRT_1}{p_1}, \qquad p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}.$$

(b) Bei konstanter Temperatur $T = 300$ K erfolgt eine isotherme Expansion eines Gases mit $n = 2$ Mol von $p_1 = 1$ bar auf $p_2 = 0.5$ bar. Bestimmen Sie die vom Gas geleistete Arbeit W und die zugeführte Wärme Q während der Expansion.

$$W = \ nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = \ -nRT \ln \frac{p_2}{p_1}, \qquad Q = W \quad \text{(isotherm)}.$$

(c) Adiabatische Verdichtung eines idealen Gases mit $\gamma = 1.4$, $n = 1$ Mol. Der Volumenwechsel ist $V_2 = \frac{1}{2}V_1$. Berechnen Sie die Zustandsgrößen p_2 und T_2.

$$p_2/p_1 = (V_1/V_2)^{\gamma}, \qquad T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\gamma-1}.$$

(d) Berechnen Sie die Entropieänderung ΔS zwischen Zustand 1 und Zustand 2 der in Teil (c) betrachteten Verdichtung für ein ideales Gas. Geben Sie dabei die allgemeine Formel an.

$$\Delta S = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} \ + \ nR \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Aufgabe 2.

(a)Wärmeleitung durch eine plane Platte. Eine Platte der Dicke $L = 0.08$ m, Fläche $A = 2$ m^2, eine Wärmeleitfähigkeit $k = 0.04$ W m^{-1}K^{-1} trennt zwei Seiten mit Temperaturen $T_1 = 60°$C bzw. $T_2 = 0°$C. Berechnen Sie den stationären Wärmestrom $\dot{Q}_{\text{cond}}$.

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{k\,A\,(T_1 - T_2)}{L}.$$

(b) Konvektion. Umgebungsmedium Luft mit Wärmeübergangskoeffizienten $h = 25$ W m^{-2}K^{-1}, Fläche $A = 3$ m^2 und Temperaturdifferenz $\Delta T = 40$ K. Bestimmen Sie den Wärmefluss durch Konvektion.

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h\,A\,\Delta T.$$

(c) Strahlung. Zwei Oberflächen mit Emissionsgrad $\varepsilon = 0.85$ strahlen gegeneinander. Temperaturen $T_1 = 310$ K und $T_2 = 290$ K herrschen. Berechnen Sie die Wärmestrahlung pro Fläche q_{rad}.

$$q_{\text{rad}} = \varepsilon\,\sigma\,(T_1^4 - T_2^4), \quad \sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ \text{W}\,\text{m}^{-2}\text{K}^{-4}.$$

Aufgabe 3.

(a) Carnot-Wirkungsgrad. Zwei Wärmereservoirs mit Temperaturen $T_H = 450$ K und $T_C = 300$ K grenzen einen reversiblen Carnot-Prozess ein. Bestimmen Sie den maximalen thermischen Wirkungsgrad η_{Carnot}.

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}.$$

(b) Isentroper Prozess. Für ein ideales Gas folgen Zustand 1 (p_1, V_1, T_1) und Zustand 2 (p_2, V_2, T_2) einem isentropen Prozess. Schreiben Sie die Beziehung

$$p_2 V_2^\gamma = p_1 V_1^\gamma, \quad T_2/T_1 = (V_1/V_2)^{\gamma-1},$$

mit γ als das Verhältnis spezifischer Wärmen.

(c) Qualitative Rangine-Zyklus-Überlegungen. Erklären Sie kurz die Rolle eines Dampferzeugers, einer Turbine und eines Kondensators in einem idealen Rankine-Zyklus sowie den Einfluss eines regenerativen Bauteils auf den Zykluswirkungsgrad.

Aufgabe 4.

(a)Wärmeverlust durch Wände. Eine Wand besitzt einen Gesamtwärmedurchlasswiderstand $U = 0.25\ \mathrm{W\,m^{-2}K^{-1}}$. Die Fläche der Wand beträgt $A = 20\ \mathrm{m}^2$ und der Temperaturunterschied gegenüber der Außenwelt ist $\Delta T = 15$ K. Berechnen Sie den Wärmeverlust pro Sekunde $\dot{Q}$.

$$\dot{Q} = U\,A\,\Delta T.$$

(b)Dämmstärke bestimmen. Gegeben ist eine Dämmschicht mit Wärmeleitfähigkeit $k = 0.04\,\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$ und eine gewünschte maximale Wärmeleitfähigkeit $U_{\mathrm{max}} = 0.15\ \mathrm{W\,m^{-2}K^{-1}}$. Berechnen Sie die notwendige Dicke L der Dämmung.

$$U = \frac{k}{L} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{k}{U_{\mathrm{max}}}.$$

(c) Gemischte Wärmeübertragung. Für eine Oberfläche gilt neben der Leitung auch eine konvektive Randbedingung. Geben Sie eine gleichartige Gleichung an, mit der Sie den Gesamtwärmestrom bestimmen können, wenn Leitung und Konvektion parallel wirken, und erläutern Sie kurz den Einfluss des Wärmedurchlasswinkels auf den Gesamtstrom.

Lösungen

Aufgabe 1.

(a)Lösung: Aus dem Zustandsgleichung eines idealen Gasgemischs

$$pV = nRT$$

folgt für konstantes Volumen

$$V = \frac{nRT_1}{p_1}.$$

Setze $p_1 = 1$ bar $= 10^5$ Pa, $n = 2$ mol, $R = 8.314\ \mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$ und $T_1 = 300$ K:

$$V = \frac{(2)(8.314)(300)}{10^5} \approx 4.988 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}^3.$$

Für den Druck bei $T_2 = 420$ K gilt bei festen Volumen V

$$p_2 = \frac{nRT_2}{V} = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 1\ \mathrm{bar} \cdot \frac{420}{300} = 1.40\ \mathrm{bar}.$$

(b)Lösung: Isotherme Expansion ($T = 300$ K) von $p_1 = 1$ bar auf $p_2 = 0.5$ bar. Wird die Arbeit durch das Gas gegeben durch

$$W = \ nRT \ln \frac{V_2}{V_1} \ = \ -nRT \ln \frac{p_2}{p_1},$$

da $pV = nRT$ und T konstant. Mit $n = 2$, $R = 8.314\ \mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$, $T = 300$ K und $\frac{p_2}{p_1} = 0.5$ erhalten wir

$$W = -(2)(8.314)(300) \ln \left(\frac{0.5}{1} \right) = (2)(8.314)(300) \ln 2 \approx 3.46 \times 10^3\ \mathrm{J}.$$

Da die Expansion Arbeit am System verrichtet, ist $W > 0$ in dieser Konvention. Für die zugeführte Wärme gilt $Q = W$ (isotherm):

$$Q \approx 3.46\ \mathrm{kJ}.$$

(c)Lösung: Adiabatische Verdichtung eines idealen Gases mit $\gamma = 1.4$, $n = 1$ mol, $V_2 = \frac{1}{2}V_1$. Die Zustandsgrößenverhältnisse lauten

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} = (2)^{\gamma} = 2^{1.4} \approx 2.64,$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} = 2^{\gamma - 1} = 2^{0.4} \approx 1.32.$$

Damit

$$p_2 \approx 2.64\, p_1 \quad \text{und} \quad T_2 \approx 1.32\, T_1.$$

Numerisch (falls $p_1 = 1$ bar, T_1 gegeben) ergibt sich $p_2 \approx 2.64$ bar und $T_2 \approx 1.32\, T_1$.

(d)Lösung: Allgemeine Entropieänderung eines idealen Gases

$$\Delta S = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} \ + \ nR \ln \frac{V_2}{V_1},$$

wobei C_V die molare Wärmekapazität bei konstantem Volumen ist. Im adiabatischen Verdichtungsfall (Teil (c)) lässt sich ΔS durch Einsetzen von T_2/T_1 und V_2/V_1 bestimmen.

Aufgabe 2.

(a)Lösung: Wärmefluss durch eine plane Platte

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{k\,A\,(T_1 - T_2)}{L}.$$

Gegeben: $L = 0.08$ m, $A = 2$ m^2, $k = 0.04$

Aufgabe 3.

(a)Lösung: Carnot-Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{450} = \frac{1}{3} \approx 0.333.$$

Dies entspricht einem maximalen thermischen Wirkungsgrad von ca. 33.3

(b)Lösung: Isentroper Prozess für ideales Gas

$$p_2 V_2^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma}, \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1},$$

wobei γ das Verhältnis der spezifischen Wärmen ist. Diese Beziehungen gelten für einen isentropen (reversiblen adiabaten) Prozess.

(c)Lösung: Qualitative Rangine-Zyklus-Überlegungen In einem idealen Rankine-Zyklus dient ein Dampferzeuger der Erzeugung von Dampf mit ausreichendem Druck und Temperatur. Die Turbine wandelt die thermische Energie des Dampfes in mechanische Arbeit um. Der Kondensator kondensiert den Dampf wieder zu Wasser. Ein regenerativer Bauteil (z. B. Dampf-Wasser-Vorwärmer) nutzt einen Teil der Abwärme aus dem Dampf, um das zugeführte Wasser vorzuwärmen, bevor es in den Dampferzeuger eintritt. Dadurch erhöht sich der Zykluswirkungsgrad, da die zugeführte Brennstoffenergie effizienter genutzt wird und der notwendige Brennstoffverbrauch sinkt.

Aufgabe 4.

(a)Lösung: Wärmeverlust durch Wände Gegeben: $U = 0.25\ \mathrm{W\,m^{-2}K^{-1}}$, $A = 20\ \mathrm{m}^2$, $\Delta T = 15\ \mathrm{K}$.

$$\dot{Q} = U\,A\,\Delta T = 0.25 \cdot 20 \cdot 15 = 75\ \mathrm{W}.$$

(b)Lösung: Dämmstärke bestimmen Gegeben: $k = 0.04\ \mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$, gewünschtes Maximum $U_{\mathrm{max}} = 0.15\ \mathrm{W\,m^{-2}K^{-1}}$. Für eine einfache Dämmung gilt

$$U = \frac{k}{L} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{k}{U_{\mathrm{max}}}.$$

Einsetzen:

$$L = \frac{0.04}{0.15} \approx 0.2667\ \mathrm{m} \approx 26.7\ \mathrm{cm}.$$

(c)Lösung: Gemischte Wärmeübertragung (Leitung + Konvektion) Eine gleichartige Gleichung für parallele Beiträge von Leitung und Konvektion ist

$$\dot{Q}_{\mathrm{tot}} = A\,\Delta T\,\left(\frac{k}{L} + h\right).$$

Hinweis zur Einflussgröße des Wärmedurchlasswinkels: Wählt man die Oberfläche schräg zum thermischen Gradient (Winkel α zur Normalrichtung), so wirkt sich der Fluss durch die Geometrie aus, typischerweise infolge einer Verringerung der perpendicularen Flächenanteile durch einen Faktor $\cos\alpha$ aus. Demzufolge nähert sich der Gesamtwärmefluss bei zunehmendem Winkel α dem Wert

$$\dot{Q}_{\mathrm{tot}}(\alpha) \approx A\,\Delta T\,\cos\alpha\,\left(\frac{k}{L} + h\right),$$

d. h. der Wärmefluss nimmt mit steigendem Winkel ab, da sich der effektive Flächenanteil bzw. der effektive Leitungspfad verschlechtert.