

Lernzettel

Zinseszins- und Rentenrechnung: Formeln, Rechenwege und Anwendungen

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Investition und Finanzierung
Erstellungsdatum: September 19, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Investition und Finanzierung

Lernzettel: Zinseszins- und Rentenrechnung: Formeln, Rechenwege und Anwendungen

(1) Grundbegriffe und Einführung. Zinseszins- und Rentenrechnung sind zentrale Bausteine der Investitions- und Finanzierungsentscheidung. Wichtige Begriffe:

- Zinsrate pro Periode: i
- Kapital zu Beginn einer Periode: K_0
- Endwert nach t Perioden: FV_t
- Barwert eines zukünftigen Betrags: PV
- Renten = Folge von gleich großen Zahlungen R über n Perioden
- Kapitalwert (Net Present Value, NPV) als Bewertungsgröße von Investitionen

(2) Zinseszinsrechnung – Endwert und Barwert.

$$FV_t = K_0 (1 + i)^t$$

$$PV = \frac{FV_t}{(1 + i)^t}$$

$$PV = FV \cdot (1 + i)^{-t}$$

Weitere Varianten. Endwert eines heute investierten Betrags nach t Perioden mit diskreter Zinseszinsform: $FV_t = K_0(1 + i)^t$. Kontinuierlicher Zinseszins mit kontinuierlicher Verzinsung δ :

$$FV_t = K_0 e^{\delta t}$$

(3) Rentenrechnung – Endwert und Barwert. Zahlungen am Periodenende (normale Annuität): R pro Periode, Laufzeit n .

$$FV_{\text{Ende}} = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$PV_{\text{Ende}} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

am Periodenbeginn (Annuität due): $(1 + i)$ Mal mehr in PV bzw. FV.

$$PV_{\text{Beginn}} = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} (1 + i)$$

$$FV_{\text{Beginn}} = R \frac{(1 + i)^n - 1}{i} (1 + i)$$

(4) Anwendungen – Kapitalwert und Rentenbarwerte. Kapitalwert einer Investition mit anfänglicher Auszahlung I_0 und zukünftigen Cashflows CF_t :

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

(5) Beispielrechnungen (Schritte).

Beispiel A: Zinseszins – Endwert eines Anfangskapitals

$$K_0 = 1000, \quad i = 0.06, \quad t = 4$$

$$FV_4 = 1000 (1 + 0.06)^4 \approx 1000 \times 1.262476 \approx 1262.48$$

Beispiel B: Barwert eines zukünftigen Betrags

$$FV = 1500, \quad i = 0.05, \quad t = 5$$

$$PV = \frac{1500}{(1.05)^5} \approx \frac{1500}{1.27628} \approx 1175.50$$

Beispiel C: Rentenbarwert und NPV eines kleinen Projekts Gegeben: jährliche Zahlung $R = 230$, Laufzeit $n = 6$, Zinssatz $i = 0.05$, Anfangsinvestition $I_0 = 1000$.

$$PV_{\text{Ende, R}} = 230 \frac{1 - (1 + 0.05)^{-6}}{0.05}$$

$$(1 + 0.05)^{-6} \approx 0.7462, \quad 1 - 0.7462 \approx 0.2538$$

$$PV_{\text{Ende, R}} \approx 230 \times \frac{0.2538}{0.05} \approx 230 \times 5.076 \approx 1167.48$$

$$NPV \approx -1000 + 1167.48 \approx 167.48$$

Hinweise zur Rechenweg-Organisation. - Bestimme zuerst den richtigen Barwert- oder Endwert-Faktor. - Verwende für Renten die jeweiligen Formeln je nach Zahlungszeitpunkt. - Prüfe, ob eine Annuität due oder gewöhnliche Annuität vorliegt, und wende ggf. Multiplikation mit $1+i$ an. - Wenn nötig, nutze die Zinsformeln konsistent pro Periode (Jahres-, Quartals- etc.).