Lernzettel

Parameter und Schätzer: Lage- und Streuungsparameter, Verzerrungen, Interpretationen

Universität: Technische Universität Berlin

Kurs/Modul: Statistik I für Wirtschaftswissenschaften

Erstellungsdatum: September 19, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos! Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

https://study.AllWeCanLearn.com

Statistik I für Wirtschaftswissenschaften

Lernzettel: Statistik I für Wirtschaftswissenschaften

(1) Lage- und Streuungsparameter

Lageparameter. Der Lageparameter beschreibt die zentrale Tendenz einer Verteilung.

Erwartungswert

$$\mu = E[X].$$

Stichprobenmittelwert

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Weiteres Beispiel. Mediane m = der zentrale Wert der geordneten Stichprobe.

Streuungsparameter. Der Streuungsparameter beschreibt die Dispersion (Ausbreitung) der Werte.

Varianz

$$\sigma^2 = \operatorname{Var}(X) = E\left[(X - \mu)^2 \right].$$

Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Stichprobenvarianz

$$s^{2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_{i} - \bar{X})^{2}.$$

Stichprobenstandardabweichung

$$s = \sqrt{s^2}$$
.

Spannweite

$$R = X_{(n)} - X_{(1)}.$$

Interquartilsabstand

$$IQR = Q_3 - Q_1.$$

Relative Streuung

$$CV = \frac{s}{|\bar{X}|}, \text{ falls } \mu \neq 0.$$

Beachte. Bei schiefen Verteilungen ist der Median oft robuster als der Mittelwert; IQR und CV liefern robuste bzw. skalierte Streuungsmaße.

(2) Schätzer: Punktschätzer vs Intervallschätzer

Punktschätzer.

$$\hat{\mu} = \bar{X}, \qquad \hat{\sigma} = s.$$

Intervallschätzung.

Konfidenzintervall für μ (bekannter oder unbekannter) : $\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (bekanntes σ),

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$
 (unbekanntes σ).

(3) Verzerrungen (Bias) und Eigenschaften von Schätzern

Bias. Die Verzerrung eines Schätzers $\hat{\theta}$ bezüglich eines Parameters θ ist definiert als

$$\operatorname{Bias}(\hat{\theta}) = E[\hat{\theta}] - \theta.$$

Unverzerrte Schätzer.

Ein Schätzer ist unverzerrt, wenn $Bias(\hat{\theta}) = 0$.

Typen von Verzerrungen. - Systematische Verzerrung durch das Studiendesign (zb. nicht repräsentive Stichprobe). - Messfehler (Unschärfe bei Erhebungsinstrumenten). - Selektionsverzerrung (Stichprobenauswahl verzerrt). - Nicht-Antwort-Bias (auh bei Umfragen). - Verzerrung durch Ausreißer, falls Robustheit fehlt.

Eigenschaften von Schätzern. - Konsistenz: Mit wachsender Stichprobengröße konvergiert θ gegen θ . - Effizienz: Unter allen unverzerrten Schätzern hat der Schätzer mit der kleinstesten Varianz (im Sinne des Cramér-Rao- bzw. BLUE-Konzepts) Vorrang. - MSE (mittlerer quadratischer Fehler):

$$MSE(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta}) + (Bias(\hat{\theta}))^2.$$

(4) Interpretationen in der Wirtschaftswissenschaft

Lageparameter interpretieren. - Der Erwartungswert μ gibt den durchschnittlichen Messwert in der Population an. - Der Median gibt die zentrale Position der Verteilung, robust gegenüber Ausreißern.

Streuungsparameter interpretieren. - Die Standardabweichung σ misst die typische Abweichung vom Mittelwert. - Das CV-Verhältnis CV ermöglicht den Vergleich der Variabilität über unterschiedliche Einheiten oder Größen. - Das IQR gibt die Breite der zentralen 50

Hinweise zur Anwendung. - Verwende Mittelwert und Standardabweichung bei symmetrischen Verteilungen; bei schiefen Verteilungen Median und IQR bevorzugen. - Berichte immer Lageund Streuungsparameter zusammen, um die Verteilung vollständig zu charakterisieren. - Berücksichtige Verzerrungen bei Interpretation von Schätzwerten; nutze ggf robuste Schätzer (z. B. Median, TRIMME Werte).