Lernzettel

Zufallsvariablen: Diskrete Modelle wie Binomial und Poisson, Erwartungswert und Varianz

Universität:	Technische Universität Berlin
Kurs/Modul:	Statistik I für Wirtschaftswissenschaften
Erstellungsdatum:	September 19, 2025

Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

https://study.AllWeCanLearn.com

Statistik I für Wirtschaftswissenschaften

Lernzettel: Zufallsvariablen

(1) Grundbegriffe der Zufallsvariablen. Eine Zufallsvariable X ordnet jedem Ergebnis eines Zufallsexperiments eine reelle Zahl zu. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreibt die Zuordnungen von Werten zu Wahrscheinlichkeiten $P(X = x)$.

(2) Binomialverteilung. Zufallsexperiment mit n unabhängigen Versuchen, jeder mit Erfolgswahrscheinlichkeit p. Die Zufallsvariable X zählt die Anzahl der Erfolge.

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion ist

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \ldots, n.$$

(3) Poisson-Verteilung. Zufallsvariable X mit Parameter $\lambda > 0$; zählt die Anzahl der Ereignisse in einem festen Intervall bei konstanter Rate.

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion lautet

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \ldots.$$

(4) Erwartungswert und Varianz. Binomial(n, p):

$$E[X] = np, \qquad \mathrm{Var}(X) = np(1 - p).$$

Poisson(λ):

$$E[X] = \lambda, \qquad \mathrm{Var}(X) = \lambda.$$

(5) Beziehungen und Beispiele. - Bei großen n und kleinem p mit $\lambda = np$ nähert sich $X \sim$ Binomial(n, p) der Poisson-Verteilung an.

Beispiel 1 (Binomial): $n = 20,\ p = 0.25$. Dann

$$E[X] = 5, \quad \mathrm{Var}(X) = 3.75.$$

Beispiel 2 (Poisson): $\lambda = 4$. Dann

$$E[X] = 4, \quad \mathrm{Var}(X) = 4.$$

(6) Anwendungen in der Wirtschaftswissenschaft. - Diskrete Zufallsvariablen modellieren Häufigkeiten von Ereignissen. - Poisson-Modellierung geeignet für seltene, unabhängige Ereignisse (z. B. Mängel pro Zeitraum).

(7) Formelsammlung. Kernformeln kompakt:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \quad k = 0, \ldots, n.$$

$$E[X] = np, \quad \mathrm{Var}(X) = np(1 - p) \quad \text{(Binomial)}.$$

$$P(X = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \ldots.$$

$$E[X] = \lambda, \quad \mathrm{Var}(X) = \lambda \quad \text{(Poisson)}.$$