

Lernzettel

Kapitalakkumulation und technischer Fortschritt im Langfristmodell

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Makroökonomik (4 LP)
Erstellungsdatum: September 19, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Makroökonomik (4 LP)

Lernzettel: Kapitalakkumulation und technischer Fortschritt im Langfristmodell

(1) Modellgrundlagen und zentrale Gleichungen. Die Produktion wird durch eine Cobb-Douglas-Funktion mit exogenem technischen Fortschritt beschrieben:

$$F(K, L, A) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1.$$

Es gelten die dynamischen Grundlagen der Volkswirtschaft:

$$\dot{K} = sF(K, L, A) - \delta K.$$

$$\dot{L} = nL.$$

$$\dot{A} = gA.$$

(2) Per effektive Arbeitersicht und zentrale Beziehung. Definiere $\hat{k} \equiv \frac{K}{AL}$ und $y \equiv \frac{Y}{AL} = f(\hat{k})$ mit $f(\hat{k}) = \hat{k}^\alpha$.

$$y = \frac{Y}{AL} = f(\hat{k}).$$
$$f(\hat{k}) = \hat{k}^\alpha.$$

$$\dot{\hat{k}} = s f(\hat{k}) - (\delta + n + g) \hat{k}.$$

(3) Langfristiges Gleichgewicht (Steady State). Im Gleichgewicht gilt

$$0 = s f(k^*) - (\delta + n + g) k^*.$$

Für eine Cobb-Douglas-Produktion $f(k) = k^\alpha$ folgt:

$$0 = s (k^*)^\alpha - (\delta + n + g) k^*.$$

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

(3) Langfristige Größen im Gleichgewicht.

$$y^* = f(k^*) = (k^*)^\alpha.$$

$$Y^*/L = A y^*.$$

Da $\dot{A} = gA$ gilt, wächst A mit der Rate g . Folglich wächst Y/L im Langfristgleichgewicht ebenfalls mit der Rate g :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{Y}{L} \right) = g \frac{Y}{L}.$$

(4) Auswirkungen des technischen Fortschritts. - Höherer technischer Fortschritt g erhöht die Wachstumsrate von Y/L dauerhaft; in der dynamischen Gleichung für $\hat{k}$ senkt ein

höheres g jedoch tendenziell das Gleichgewichts- k^* (da der Sinkterm $\delta + n + g$ größer wird). - Das langfristige Wachstum der Volkswirtschaftsgröße geht im Langfristmodell maßgeblich auf den Tech-Fortschritt zurück. - Politische Hebel wie eine höhere Sparquote s erhöhen k^* und damit das Gleichgewichtslevel von Y/L (in der kurzen bis mittleren Frist), während technischer Fortschritt die Nachhaltigkeit des Wachstums sicherstellt.

(5) Takeaways (Kernpunkte). - Kapitalakkumulation führt zu einer Annäherung an ein Gleichgewicht pro effektive Arbeiter; $\hat{k}$ konvergiert. - Technischer Fortschritt sorgt dafür, dass per-capita-Größen langfristig wachsen können. - In der Praxis beeinflussen Sparverhalten, Bevölkerungswachstum und technischer Fortschritt die langfristigen Output- und Einkommensniveaus.