Lernzettel

Haushaltstheorie: Budgetbeschränkung, Präferenzen und Nutzen

Universität:	Technische Universität Berlin
Kurs/Modul:	Mikroökonomik (4 LP)
Erstellungsdatum:	September 20, 2025

Lernzettel: Haushaltstheorie: Budgetbeschränkung, Präferenzen und Nutzen

(1) Budgetbeschränkung.
Die Budgetbeschränkung ergibt sich aus dem gegebenen Einkommen m und den Preisen p_x, p_y. Der Haushalt kann nur Paare (x, y) von Gütern kaufen, die

$$p_x x + p_y y \leq m$$

erfüllen. Die Budgetlinie (Gleichung der Grenzlinie) erhält man durch Gleichsetzen mit der Gleichung

$$p_x x + p_y y = m.$$

In y-Abhängigkeit:

$$y = \frac{m - p_x x}{p_y}.$$

(2) Präferenzen und Indifferenzkurven.
Präferenzen sind vollständig, transitiv und monotone (bei positiver Gütermenge bevorzugt). Zu Indifferenzkurven gilt:

$$U(x, y) = \text{const.}$$

Die Steigung der Indifferenzkurve definieren wir über die Grenzmarginalraten:

$$MU_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad MU_y = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=\text{const}}.$$

(3) Nutzenfunktion und Nutzenmaximierung.
Ziel ist die Maximierung von $U(x, y)$ unter der Budgetbeschränkung. Stellt man den Lagrangeoperator dar:

$$L(x, y, \lambda) = U(x, y) + \lambda\big(m - p_x x - p_y y\big).$$

Die ersten Ableitungen liefern die FOC:

$$U_x(x^*, y^*) = \lambda p_x, \qquad U_y(x^*, y^*) = \lambda p_y, \qquad m - p_x x^* - p_y y^* \geq 0, \qquad \lambda \geq 0, \qquad \lambda\,(m - p_x x^* - p_y y^*) = 0.$$

Innerhalb einer inneren Lösung gilt außerdem

$$\frac{MU_x(x^*, y^*)}{MU_y(x^*, y^*)} = \frac{p_x}{p_y}.$$

Bei Randlösungen ($x^* = 0$ oder $y^* = 0$) kann die Gleichung nicht erfüllt sein.

(4) Substitutionseffekt und Einkommenseffekt (Hinweis zur Slutsky-Zerlegung).
- Substitutionseffekt: Veränderung der Nachfrage, wenn der Preis verändert wird, aber das Nutzenniveau konstant gehalten wird (compensated/ Hicksian Demand).
- Einkommenseffekt: Veränderung der Nachfrage durch Änderung der Kaufkraft, während Preis unverändert bleibt.
Die Slutsky-Zerlegung fasst diese beiden Effekte zusammen:

$$\Delta x_i = \Delta x_i^s + \Delta x_i^m,$$

mit Δx_i^s dem Substitutionseffekt und Δx_i^m dem Einkommenseffekt.

(5) Beispiel zur Veranschaulichung (Cobb-Douglas).
Angenommen $U(x, y) = \ln x + \ln y$, Preise $p_x = 2$, $p_y = 1$ und Einkommen $m = 10$.

Budgetgleichung:

$$2x + y = 10.$$

Nutzenmaximierung (Lagrange):

$$L = \ln x + \ln y + \lambda\bigl(10 - 2x - y\bigr).$$

FOC:

$$\frac{1}{x} = 2\lambda, \qquad \frac{1}{y} = \lambda.$$

Aus der zweiten Gleichung $\lambda = 1/y$ folgt aus der ersten $\frac{1}{x} = \frac{2}{y}$ bzw. $y = 2x$.

Budgetbedingung einsetzen:

$$2x + (2x) = 10 \;\Rightarrow\; 4x = 10 \;\Rightarrow\; x^* = 2{,}5, \qquad y^* = 5.$$

Nutzen:

$$U(x^*, y^*) = \ln(2{,}5) + \ln(5) \approx 0{,}9163 + 1{,}6094 \approx 2{,}5257.$$

Die optimale Bedarfsmenge erfüllt die Bedingung

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{p_x}{p_y} \;\Rightarrow\; \frac{1/x}{1/y} = \frac{2}{1} \;\Rightarrow\; \frac{y}{x} = 2,\ \text{was mit } y = 2x \text{ konsistent ist.}$$