

Lernzettel

Kostenminimierung und Gewinnmaximierung: Kostenfunktionen und Produktionsentscheidungen

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Mikroökonomik (4 LP)
Erstellungsdatum: September 20, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Mikroökonomik (4 LP)

Lernzettel: Mikroökonomik (4 LP) – Kostenminimierung und Gewinnmaximierung: Kostenfunktionen und Produktionsentscheidungen

(1) Grundbegriffe. Die zentrale Frage der Produktion ist, wie ein Unternehmen bei gegebener Technologie und Inputpreisen die gewünschte Ausbringung Q möglichst kostengünstig erzeugt. Die Produktionsfunktion wird geschrieben als

$$Q = F(K, L),$$

wobei K der Kapitaleinsatz und L der Arbeitseinsatz ist. In der kurzen Frist ist mindestens ein Input fest, typischerweise K oder L fix.

(2) Kostenfunktionen. Die Gesamtkosten setzen sich aus fixen Kosten (FC) und variablen Kosten ($VC(Q)$) zusammen:

$$TC(Q) = FC + VC(Q).$$

Im allgemeinen Formalismus lässt sich die Kostenfunktion auch als

$$TC(Q) = \min_{K,L: F(K,L) \geq Q} rK + wL,$$

dargestellt, wobei r der Preis des Kapitals und w der Preis der Arbeit ist.

(3) Grenz- und Durchschnittskosten. Relevante Kennzahlen der Kostenkurve:

$$MC(Q) = \frac{dTC}{dQ}, \quad ATC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q}, \quad AVC(Q) = \frac{VC(Q)}{Q}, \quad AFC(Q) = \frac{FC}{Q}.$$

(4) Kostenminimierung (Inputwahl). Gegeben eine Outputmenge Q minimiert das Unternehmen die Kosten $C = rK + wL$ unter der Nebenbedingung $F(K, L) \geq Q$. Die Lagrange-Funktion lautet

$$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = rK + wL + \lambda [Q - F(K, L)].$$

Die first-order Bedingungen sind

$$r = \lambda \frac{\partial F}{\partial K}, \quad w = \lambda \frac{\partial F}{\partial L}, \quad Q = F(K, L).$$

Aus ihnen folgt für einen Innenweg

$$\frac{MP_K}{MP_L} = \frac{r}{w},$$

das heißt das Verhältnis der Grenzprodukte der Inputs entspricht dem Verhältnis der Faktorpreise ($MRTS_{KL} = r/w$).

(5) Gewinnmaximierung und Produktionsentscheidungen. Der Gewinn wird maximiert durch

$$\max_{K,L,Q} \pi = pQ - TC(Q),$$

unter der Nebenbedingung $Q = F(K, L)$. Im Innenfall gilt typischerweise $p = MC(Q^*)$ (Marginal Revenue gleich Marginal Cost). In der Kurzfrist gilt zudem das Shutdown-Kriterium: Es produziert nur, falls der Preis p mindestens die variablen Kosten pro Einheit deckt, also $p \geq AVC(Q)$; ansonsten wird produziert, um Verluste zu vermeiden.

(6) Zusammenhang zwischen Kosten- und Produktionsentscheidungen.-

- Bei steigenden Outputmengen steigt in der Regel $MC(Q)$ (Kostenfunktionen sind meist konvex).
- Der Schnittpunkt von MC mit ATC liegt meist dort, wo ATC ihr Minimum hat.
- Am Gleichgewichtspreis p wählt das Unternehmen Q so, dass $p = MC(Q)$; der entsprechende Punkt liefert die effiziente Größe der Produktion (Q^{GW}).

(7) Beispielhafte Kostenfunktion. Eine einfache Kurzfrist-Kostenfunktion mit fixen Kosten FC und quadratischer variabler Kostenkomponente:

$$TC(Q) = FC + vQ^2, \quad v > 0.$$

Dann ist

$$MC(Q) = \frac{dTC}{dQ} = 2vQ, \quad AVC(Q) = vQ, \quad ATC(Q) = \frac{FC}{Q} + vQ.$$

Der Gewinnmaximierungsausput erfüllt bei Preis p die Bedingung

$$p = MC(Q^*) = 2vQ^*,$$

sofern $p \geq \min MC$ (ansonsten erfolgt ein Null- oder Randoutput).