

Lernzettel

Zustandsgrößen, Zustandsgleichungen und
Zustandsänderungen (p-V-T-Diagramme, ideale
vs. reale Gase)

Universität:	Technische Universität Berlin
Kurs/Modul:	Technische Wärmelehre (9 LP)
Erstellungsdatum:	September 20, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Technische Wärmelehre (9 LP)

Lernzettel: Zustandsgrößen, Zustandsgleichungen und Zustandsänderungen (p-V-T-Diagramme, ideale vs. reale Gase)

(1) Zielsetzung und Kontext. In der Technischen Wärmelehre werden Zustandsgrößen, Zustandsgleichungen und Zustandsänderungen als zentrale Bausteine genutzt, um thermische Prozesse in der Ingenieurpraxis zu verstehen, modellieren und berechnen zu können. Zentrale Begriffe sind Druck P , Volumen V , Temperatur T sowie die zugehörigen Zustandsgrößen und Gleichungen; daneben die Unterschiede zwischen idealem und realem Gasverhalten und deren Darstellungen in p-V-T-Diagrammen.

(2) Zustandsgrößen. Zustandsgrößen charakterisieren den Zustand eines thermischen Systems eindeutig und hängen nicht vom Weg ab, über den der Zustand erreicht wird.

- Zustandsgrößen lassen sich in intensive und extensive Größen unterscheiden: - intensive Größen: Druck P , Temperatur T , Dichte ρ . - extensive Größen: Volumen V , Stoffmenge n , innere Energie U , Enthalpie H , Entropie S .

- Wichtige relationsbasierte Größen: - Innere Energie $U(S, V)$ mit dem Differential:

$$dU = T dS - P dV + \mu dN$$

(für ein einfaches, homogenes System ohne chemische Reaktionen mit Teilchenzahl N). - Enthalpie $H = U + PV$ und deren Differential:

$$dH = T dS + V dP + \mu dN.$$

- Weitere Zustandsgrößen wie Gibbs freie Energie $G = H - TS$ und Helmholtz freier Energie $F = U - TS$.

(3) Zustandsgleichungen. Zustandsgleichungen beschreiben die Abhängigkeiten der Zustandsgrößen.

- Ideales Gasgesetz (für n Mol):

$$PV = nRT.$$

Darüber hinaus definiert die ideale Gasgleichung den Kompressibilitätsfaktor

$$Z = \frac{PV}{nRT} \quad (\text{für ideales Gas } Z = 1).$$

- Realgasgleichungen – Beispiel Van der Waals: - In molarer Form:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right) (v - b) = RT,$$

wobei $v = V/n$ der molare Volumen ist, und a , b Materialkonstanten sind, die Anziehungskräfte bzw. Raumverdeckung berücksichtigen.

- Kompressibilitätsverhalten: - Realgas-Gleichungen liefern für hohe Dichte Abweichungen $\Delta Z \neq 0$ von der IDEAL-Gasannahme.

(4) Zustandsänderungen. Zustandsänderungen erfolgen entlang Pfadlinien zwischen zwei Zuständen. Relevante Prozesse:

- Isotherm: $T = \text{const}$ Beim idealen Gas gilt $PV = nRT = \text{const}$. Wichtige Größe: Arbeit

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV,$$

bei idealem Gas $P = \frac{nRT}{V}$ liefert

$$W_{1 \rightarrow 2} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad \Delta U = 0 \Rightarrow Q = W.$$

- Isobar: $P = \text{const}$ Arbeit $W = P(V_2 - V_1)$. Für ideale Gase ist $\Delta H = nC_p \Delta T$ und $Q = \Delta U + W$.

- Isochor: $V = \text{const}$ Arbeit $W = 0$; $\Delta Q = \Delta U$ und $\Delta U = nC_V \Delta T$ (ideales Gas).

- Adiabatisch, reversibel: $\delta Q = 0$ Für ideales Gas gilt die isentropische Beziehung

$$PV^\gamma = \text{const}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

Weitere Folge: $TV^{\gamma-1} = \text{const}$. Der Arbeitsterm ist

$$W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \gamma}.$$

(5) p-V-T-Diagramme und Prozessarten. p-V-T-Diagramme visualisieren Zusammenhänge zwischen Druck, Volumen und Temperatur.

- Isotherme Prozesse ($T = \text{const}$): $PV = \text{const}$ (Hyperbel im p-V-Diagramm). - Isentrope Prozesse (T ändert sich, aber $PV^\gamma = \text{const}$). - Isobare Prozesse ($P = \text{const}$): Im p-V-Diagramm verlaufen sie als Geraden in Richtung Veränderung von V . - Isochore Prozesse ($V = \text{const}$): Im p-V-Diagramm vertikale Linien.

- Für ideale Gase gilt zusätzlich: - Isotherm: $P = \frac{nRT}{V}$ (bei festem T). - Isobar: $V \propto T$ (bei festem P). - Isochor: $P \propto T$ (bei festem V). - Adiabatische Kurve: $PV^\gamma = \text{const}$ (für ideale Gase).

(6) Ideale Gase – Kennzahlen und Eigenschaften. - Ideales Gasverhalten: $Z = 1$. - Innere Energie und Enthalpie hängen ausschließlich von der Temperatur ab: $U = U(T)$ und $H = H(T)$. - Spezifische Wärmen: C_V und C_P (bei idealem Gas konstant). - Typische Verhältnissgrößen: $\gamma = C_p/C_v$ (z. B. ca. 5/3 für ein monoatomares Gas, ca. 7/5 für ein diatomares Gas unter Annahmen der Nekoma).

(7) Reale Gase – Abweichungen und Modellierung. - Bei hohen Drücken oder niedrigen Abständen weichen reale Gase vom IDEAL-Gesetz ab. - Wichtige Ansätze: - Van der Waals-Gleichung (siehe oben). - Abweichungen durch Anziehungskräfte und Raumbestrafung: $Z \neq 1$. - Kritischer Punkt, Phasenübergänge (Gas-Flüssig) werden durch reale Gleichungen markiert. - In technischen Anwendungen sind Zustandspfade in p-V-T-Koordinaten oft durch Tabellen, Stoffdiagramme (z. B. Druck-Temperatur-Volumen) und Stoffdatenblätter dargestellt.

(8) Beispiel: Isotherme Expansion eines idealen Gases. Gegeben seien n Mol, Temperatur T konstant, Anfangsvolumen V_1 und Endvolumen V_2 .

- Ausgangspunkt: Ideales Gas $PV = nRT$ gilt konstant für T . - Arbeit während der Expansion:

$$W_{1 \rightarrow 2} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

- Änderung der inneren Energie:

$$\Delta U = nC_V \Delta T = 0 \quad (\text{für } T = \text{const}).$$

- Wärmezufuhr:

$$Q = \Delta U + W = W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

(9) Aufgaben und Übungen (Beispiele). - Beschreiben Sie den Unterschied zwischen einem isothermen und einem isobaren Prozess im p-V-Diagramm eines idealen Gases. - Leiten Sie die isentrope Beziehung $PV^\gamma = \text{const}$ für ein ideales Gas her. - Berechnen Sie für ein reales Gas bei hoher Dichte den Abweichungsfaktor Z aus der Van-der-Waals-Gleichung. - Ein Gas strömt isobar durch einen Zylinder und erwärmt sich von T_1 zu T_2 . Welche Größen ändern sich und wie hängen P und V zusammen?

Hinweise zur Praxis. - Verwende bei Berechnungen die passende Gleichung je nach Zustand und Gas (ideales Gas vs. reales Gas). - Achte darauf, dass bei Zustandsänderungen der Weg unabhängig sein muss; der Zustand wird durch P , V und T vollständig beschrieben. - Nutze p-V-T-Diagramme, um Pfade und Wärmen bzw. Arbeit abzuleiten; Notiere gegebenenfalls Z oder a, b bei Realgas-Modellen.