Lernzettel

Hydrodynamik in technischen Systemen: Kontinuität, Energie- und Impulsbilanz, Druckverlust und Strömungsregime

Universität: Technische Universität Berlin Kurs/Modul: Technische Wärmelehre (9 LP)

 ${\bf Erstellungsdatum:} \quad {\bf September} \ 20, \, 2025$



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos! Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

https://study.AllWeCanLearn.com

Technische Wärmelehre (9 LP)

Lernzettel: Hydrodynamik in technischen Systemen: Kontinuität, Energie- und Impulsbilanz, Druckverlust und Strömungsregime Kurs: Technische Wärmelehre (9 LP)

(1) Kontinuität – Massenbilanz. In einem Kontrollvolumen (CV) muss die Massenbilanz gelten. Für ein einheitliches, inkompressibles Fluid gilt besonders:

$$\dot{m} = \rho A v$$
.

 $A_1v_1 = A_2v_2$ (bei konstantem ρ und stationärem Fluss entlang einer Rohre).

(2) Energiebilanz – Bernoulli-Gleichung inkl. (reale) Verluste. Für einen realen, stationären, inkompressiblen Fluss längs einer Strömungslinie gilt die Energiebilanz mit Verlusten:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_L.$$

(3) Impulsbilanz – Impulssatz im CV. In einer eindimensionalen Betrachtung gilt der Impulssatz als Balance zwischen Druckkräften, Wandkraft und Änderung des Impulses:

$$\sum F_x = \dot{m}_{\rm in} \, v_{\rm in} - \dot{m}_{\rm out} \, v_{\rm out}.$$

Mit $\dot{m} = \rho A v$ und einfachen Randbedingungen in einer Rohrstrecke (konstantem Querschnitt) kann man die Gleichung konkretisieren zu:

$$p_1 A_1 - p_2 A_2 + F_{\text{wall}} = \dot{m} (v_2 - v_1).$$

(4) Druckverlust – Darcy-Weisbach und Minderverluste. Der hydraulische Druckverlust in einer Rohrstrecke wird durch das Darcy-Weisbach-Verfahren beschrieben:

$$h_f = f \, \frac{L}{D} \, \frac{v^2}{2g},$$

daher der Druckverlust

$$\Delta p = \rho g \, h_f = f \, \frac{L}{D} \, \frac{\rho v^2}{2}.$$

Zusätzlich können Minderverluste durch Armaturen, Bögen etc. auftreten:

$$\Delta p_{\text{minor}} = \sum_{i} K_i \frac{\rho v^2}{2}.$$

Wichtige Größe hierfür ist die Re (Reynolds-)Zahl:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}.$$

Für laminare Strömung gilt:

$$f = \frac{64}{\text{Re}}$$
 (Re $\lesssim 2100$ typischerweise).

Für turbulente Strömung hängt f zusätzlich von der Oberflächenrauheit ab; grob gilt je nach Re und Rauhheit (Moody-Diagramm).

(5) Strömungsregime – Reynolds-Zahl. - Laminar: Re $\lesssim 2100$ (für Rundrohre). - Übergangsbereich: ca. $2100 \lesssim \text{Re} \lesssim 4000$. - Turbulent: Re $\gtrsim 4000$ (bei glatten Rohren häufig früherer Übergang je nach Geometrie).

Folglich beeinflusst Strömungsregime den Druckverlust (über f bzw. Re) sowie den gemessenen Druck- und Geschwindigkeitsverlauf.

- (6) Stoffdaten (typische Größen). Wasser bei 20 °C: $\rho \approx 998 \text{ kg/m}^3$, $\mu \approx 1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa s.}$ Gravitationsbeschleunigung: $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$.
- (7) Beispielrechnung Druckverlust in einer Rohrstrecke. Gegeben: Wasser, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; Rohr: Durchmesser D = 0.05 m, Länge L = 10 m; Fließgeschwindigkeit v = 2 m/s; Rechenparameter: f = 0.02 (typischer Wert für Turbulenz in Rohren). Gesucht: Druckverlust Δp über die Strecke.

$$\label{eq:Re} \text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 2 \cdot 0.05}{1 \times 10^{-3}} = 100,\!000.$$

$$\Delta p = f \, \frac{L}{D} \, \frac{\rho v^2}{2}.$$

$$\Delta p = 0.02 \cdot \frac{10}{0.05} \cdot \frac{1000 \cdot 2^2}{2} = 0.02 \cdot 200 \cdot 2000 = 8,\!000 \; \text{Pa} = 8 \; \text{kPa}.$$

Hinweise zur Anwendung: - Die Gleichungen gelten in der Regel für inkompressible Fluide. Bei Gasen sind Kompressibilitäts- und Zustandsgleichungen zu berücksichtigen. - Bei Pumpen, Turbinen oder Wärmeübertragung sind entsprechende Zusatzterme in der Energiebilanz zu berücksichtigen (z. B. Pumpenleistung, Wärme- oder Entropieeffekte). - Wähle passende Referenzebenen, Einheiten und achte auf konsistente Flussrichtungen.