

# Lernzettel

## Ein- und Ausschalten von Gleichspannungen an RLC-Schaltungen: Transienten

**Universität:** Technische Universität Berlin  
**Kurs/Modul:** Elektrische Netzwerke  
**Erstellungsdatum:** September 20, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!  
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Elektrische Netzwerke

**Lernzettel: Elektrische Netzwerke**

**(1) Thema: Ein- und Ausschalten von Gleichspannungen an RLC-Schaltungen: Transienten.** Bei Gleichspannungsquellen treten Transienten auf, bevor sich der Strom bzw. die Spannungen im Netzwerk einstellen. Ziel ist das Verständnis der zeitlichen Abläufe in einfachen Netzwerken aus R, L und C nach einer Sprungänderung der Spannungsquelle.

**(2) Grundgleichungen und Systemmodell**

Für eine Serie-RLC-Schaltung mit Eingangsspannung  $V_s(t)$  gilt das zeitkontinuierliche Modell

$$L \frac{di(t)}{dt} + R i(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = V_s(t),$$

und mit der Ladung  $q(t)$  auf dem Kondensator ( $i(t) = dq/dt$ )

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = V_s(t).$$

Häufig verwendet man den Zustand mit der Eigen-  $z$ ? Höhe durch

$$\text{charakteristische Gleichung: } Ls^2 + Rs + \frac{1}{C} = 0.$$

Wesentliche Größen:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \alpha = \frac{R}{2L}, \quad \zeta = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

**(3) Transientenverhalten bei einem Sprunginput**

Wir betrachten einen Sprung von der Gleichspannung  $V_s(t) = V_0 u(t)$  und Null-Anfangsbedingungen ( $i(0) = 0, v_C(0) = 0$ ).

- Unterdämpft ( $\zeta < 1$ ):

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad i(t) = \frac{V_0}{L \omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t),$$

- Kritisch gedämpft ( $\zeta = 1$ ):

$$i(t) = \frac{V_0}{L} t e^{-\alpha t},$$

- Überdämpft ( $\zeta > 1$ ):

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad i(t) = \frac{V_0}{L(s_1 - s_2)} (e^{s_1 t} - e^{s_2 t}).$$

Hinweis: Die exakten Koeffizienten hängen von Anfangsbedingungen ab; hier sind sie für Null-Anfangsbedingungen im Sprungfall angegeben.

**(4) Typische Spannungs- und Stromverläufe (Beispiele)**

Für den Kondensator gilt  $i(t) = C \frac{dv_C}{dt}$ , also

$$v_C(t) = V_0 \left[ 1 - e^{-\alpha t} \left( \cos(\omega_d t) + \frac{\alpha}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right) \right] \quad (\text{unter-dämpft}).$$

- Kritisch gedämpft:

$$v_C(t) = V_0 [1 - e^{-\alpha t} (1 + \alpha t)].$$

- Überdämpft (allgemein):

$$v_C(t) = V_0 + \frac{V_0}{LC(s_1 - s_2)} \left( \frac{e^{s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{s_2 t}}{s_2} \right), \quad s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}.$$

Beispiele zur Veranschaulichung: - Beispielwerte:  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 50 \text{ mH}$ ,  $C = 100 \mu\text{F}$ ,  $V_0 = 5 \text{ V}$ .

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{10}{0.1} = 100 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.05 \cdot 10^{-4}}} \approx 447.2 \text{ s}^{-1},$$

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_0} \approx 0.224 \quad (\text{unterdämpft}).$$

Folge:

$$i(t) = \frac{V_0}{L \omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t), \quad \omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \approx 435.9 \text{ s}^{-1},$$

Numerisch:  $i(t) \approx 0.229 e^{-100t} \sin(435.9t) \text{ A}$ . Die Kondensator-Spannung nähert sich schließlich  $v_C(\infty) = V_0 = 5 \text{ V}$  an.

### (5) Baukastenfazit und Orientierung

- Ein Sprung in einer seriellen RLC-Schaltung erzeugt typischerweise einen transienten Verlauf, der von der Dämpfung abhängt. - Bei niedriger Dämpfung schwingen die Ströme kurzzeitig, der Endwert des Kondensators liegt bei  $V_0$ . - Bei hoher Dämpfung nähert sich die Spannung monoton an, ohne Überspringen. - Die Laplace- und Differential-Gleichungen liefern systematisch die Transientenformen.

### (6) Hinweise zu Normen, Sicherheit und Nachhaltigkeit

- Berücksichtige sichere Schaltungspraxis: korrekte Bemessung, Überspannungsschutz, geeignete Leiterbahnen. - Beruhe deine Analysen auf gültigen Normen und beachte Umweltaspekte bei Netzwerkanalyse und Simulation (z. B. Energieeffizienz, sichere Trennung, Fehlerdiagnose).

### (7) Weiterführende Hinweise

- Zur Berechnung größerer Netzwerke nutze Maschen- und Knotenmethoden, Überlagerungssatz sowie Ersatzschaltungen. - Fourier- und Laplace-Transformationen erlauben die Behandlung von zeit- und frequenzabhängigen Signalen. - SPICE-/MATLAB-Simulationen unterstützen das Verständnis und die Validierung von Transienten.