

Lernzettel

Kopplungen magnetischer Felder: Serien- und
Parallelschaltung von Induktivitäten,
Gegenkoppelinduktivität, Kopplungsfaktoren

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Grundlagen der Elektrotechnik (GLET)
Erstellungsdatum: September 20, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Grundlagen der Elektrotechnik (GLET)

Lernzettel: Grundlagen der Elektrotechnik (GLET)**(1) Kopplungen magnetischer Felder: Gegenkoppelinduktivität und Kopplungsfaktoren****(1.1) Grundbegriffe**

Es seien zwei Induktivitäten mit den Parametern L_1 und L_2 gegeben. Die Ströme durch die Induktoren seien $i_1(t)$ bzw. $i_2(t)$. Die koppleiten Spannungen ergeben sich aus der sogenannten Kopplungsgleichung:

$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}, \quad v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt},$$

wobei M die Gegenkopplinduktivität (Mutual Inductance) bezeichnet. Die Orientierung der Wicklungen wird durch den Punkt-Anschluss (Dot-Notation) festgelegt. Positive Vorzeichen bedeuten, dass bei steigendem i_1 fluxverknüpfend der zweiten Spule entsteht, was zu einer positiven Kopplung führt.

$$M = \text{Mutual Inductance}, \quad 0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2}.$$

(1.2) Kopplungskoeffizient

Der Kopplungskoeffizient k fasst die Stärke der Kopplung zusammen:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}, \quad 0 \leq k \leq 1.$$

(1.3) Serien- und Parallelschaltung mit Kopplung

Bei zwei Induktivitäten L_1 und L_2 mit Kopplung M ergeben sich je nach Verbindung der Induktivitäten unterschiedliche äquivalente Induktivitäten.

(1.3.1) Serienschaltung

- Serienschaltung bei gleicher Orientierung (äqua/gleiche Polarität der Induktionen):

$$L_{\text{eq, ser, +}} = L_1 + L_2 + 2M.$$

- Serienschaltung bei entgegengesetzter Orientierung:

$$L_{\text{eq, ser, -}} = L_1 + L_2 - 2M.$$

(1.3.2) Parallelschaltung

- Parallele Kopplung bei gleicher Orientierung (äqua/gleiche Polarität der Induktionen):

$$L_{\text{eq, par, +}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}.$$

- Parallele Kopplung bei entgegengesetzter Orientierung:

$$L_{\text{eq, par, -}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}.$$

(1.4) Energie im magnetischen Feld

Die magnetische Feldenergie für das gekoppelte System lautet:

$$W = \frac{1}{2} \left(L_1 i_1^2 + L_2 i_2^2 \pm 2M i_1 i_2 \right),$$

wobei das Vorzeichen analog zur Orientierung der Kopplung verwendet wird (Pluszeichen bei konstruktiver Kopplung).

(1.5) Zusammenhang zum Kopplungsgrad

Der Kopplungskoeffizient k fasst die Abhängigkeit von M und den Selbstinduktivitäten zusammen:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}, \quad 0 \leq k \leq 1.$$

(1.6) Beispielrechnung

Gegeben seien zwei Induktivitäten $L_1 = 3.0 \mu\text{H}$ und $L_2 = 6.0 \mu\text{H}$ mit Kopplung $k = 0.8$.

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} = 0.8 \sqrt{3.0 \cdot 6.0} \mu\text{H} = 0.8 \sqrt{18} \mu\text{H} \approx 0.8 \cdot 4.2426 \mu\text{H} \approx 3.39 \mu\text{H}.$$

(1.6.1) Seriell (gleiche Orientierung)

$$L_{\text{eq, ser, +}} = L_1 + L_2 + 2M = 3.0 + 6.0 + 2 \cdot 3.39 \approx 15.8 \mu\text{H}.$$

(1.6.2) Seriell (entgegengesetzte Orientierung)

$$L_{\text{eq, ser, -}} = L_1 + L_2 - 2M = 3.0 + 6.0 - 2 \cdot 3.39 \approx 2.21 \mu\text{H}.$$

(1.6.3) Parallel (gleiche Orientierung)

$$L_{\text{eq, par, +}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} = \frac{3.0 \cdot 6.0 - (3.39)^2}{3.0 + 6.0 - 2 \cdot 3.39} \approx \frac{18 - 11.5}{2.21} \approx 2.93 \mu\text{H}.$$

(1.6.4) Parallel (entgegengesetzte Orientierung)

$$L_{\text{eq, par, -}} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \approx \frac{18 - 11.5}{3.0 + 6.0 + 6.78} \approx \frac{6.5}{15.78} \approx 0.41 \mu\text{H}.$$

Hinweise zur Praxis

- Die Vorzeichen bzw. die Orientierung der Spulenanschlüsse (Dots) bestimmt, ob die Kopplung konstruktiv oder destruktiv wirkt.
- Die Werte von M hängen stark von der physischen Anordnung der Spulen ab; der theoretische Maximalwert ergibt sich bei perfekter Kopplung $M_{\text{max}} = \sqrt{L_1 L_2}$ ($k = 1$).
- In vielen Anwendungen (Übertrager, Transformatoren) wird der Kopplungsfaktor genutzt, um die Effizienz oder das Mengenspektrum zu optimieren.

Zusammenfassung

- Gegenkoppelinduktivität beschreibt die magnetische Kopplung zwischen zwei Induktivitäten über M .

- Der Kopplungskoeffizient $k = M/\sqrt{L_1 L_2}$ liegt zwischen 0 und 1.
- Serien-/Parallelschaltungen mit Kopplung ergeben je nach Orientierung unterschiedliche äquivalente Induktivitäten; im Specialfall $M = 0$ reduziert sich alles auf unabhängige Induktivitäten.