

Lernzettel

Boolesche Algebra, Normalformen und
Minimierungstechniken (Karnaugh-Maps,
Quine-McCluskey)

Universität:	Technische Universität Berlin
Kurs/Modul:	Technische Grundlagen der Informatik (TechGI) - Digitale Systeme
Erstellungsdatum:	September 6, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Technische Grundlagen der Informatik (TechGI) - Digitale
Systeme

Lernzettel: Boolesche Algebra, Normalformen und Minimierungstechniken (Karnaugh-Maps, Quine-McCluskey)

(1) **Grundbegriffe.** Die Boolesche Algebra behandelt Aussagenvariablen, die die Werte 0 oder 1 annehmen.

Operatoren:

$$\text{NOT } A = \overline{A}.$$

$$A \cdot B \quad (\text{AND}).$$

$$A + B \quad (\text{OR}).$$

(2) **Normalformen.**

$$\text{DNF: } F = \sum_i \prod_j l_{ij},$$

$$\text{KNF: } F = \prod_i \left(\sum_j l_{ij} \right).$$

(3) **Karnaugh-Maps.**

Grundidee: Einsen in benachbarten Feldern gruppieren (Größen 1, 2, 4, 8), um Variablen zu eliminieren.

Beispiel (3 Variablen):

Sei

$$F(A, B, C) = \Sigma m(0, 1, 2, 3).$$

K-map:

	$BC = 00$	01	11	10
$A = 0$	1	1	1	1
$A = 1$	0	0	0	0

Aus der Gruppenbildung einer Vierergruppe ergibt sich:

$$F = \overline{A}.$$

(4) **Quine–McCluskey.**

Ziel: Minimaler Ausdruck durch Eliminierung redundanter Prime-Implicants.

Beispiel (3 Variablen, minterms 1,3,5,7):

Minterms: $m(1, 3, 5, 7)$ mit Binärdarstellung

$$1 : 001, \quad 3 : 011, \quad 5 : 101, \quad 7 : 111.$$

Schritte:

$$001 \leftrightarrow 011 \Rightarrow A'C,$$

$$001 \leftrightarrow 101 \Rightarrow B'C,$$

$$011 \leftrightarrow 111 \Rightarrow BC,$$

$$101 \leftrightarrow 111 \Rightarrow AC.$$

Durch weitere Mischung erhält man

C (als gemeinsame Bedingung von $A'C$ und AC bzw. $B'C$ und BC).

$$F(A, B, C) = C.$$

(5) Übungsaufgaben. - Bestimme die minimale Form von $F(A, B, C) = \Sigma m(0, 2, 3, 6)$ mittels Karnaugh-Map und QM.

- Betrachte $F(A, B, C, D) = \Sigma m(0, 1, 3, 7, 8, 9, 11, 15)$ (4 Variablen): skizziere die K-map und gib eine minimale Formen an.

- Erkläre kurz, wann eine Gruppe in einer Karnaugh-Map erlaubt ist (Wrapping).