

Lernzettel

Energieinhalt des magnetischen Feldes und
Kräfte an Grenzflächen; Hystereseverluste

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Grundlagen der Elektrotechnik (GLET)
Erstellungsdatum: September 20, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Grundlagen der Elektrotechnik (GLET)

Lernzettel: Energieinhalt des magnetischen Feldes und Kräfte an Grenzflächen; Hystereseverluste

(1) Energieinhalt des magnetischen Feldes. Der magnetische Feldspeicher wird durch die Feldenergie beschrieben. Zentral ist die Energiedichte

$$w_m = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}.$$

Im linearen, isotropen Medium gilt zudem

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mu = \mu_0 \mu_r,$$

woraus sich

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2.$$

Gesamtenergie des magnetischen Feldes. Auf ein Volumen V bezogen ergibt sich die gesamte Feldenergie

$$W = \int_V w_m dV.$$

Energie in einer Spule / Induktivität. In einem magnetischen System mit Induktivität L speichert sich Energie

$$W = \frac{1}{2} L I^2.$$

Für eine einfache Leiter-/Kernanordnung mit Fläche A , Länge l und gleichmäßigem μ gilt eine grobe Näherung

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l},$$

woraus sich

$$W = \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu A}{l} I^2.$$

Hinweis. Die Energie wird durch die magnetische Feldkonfiguration bestimmt; bei Nichtlinearität gilt μ als Funktion von B bzw. H , und w_m wird entsprechend nichtlinear.

(2) Kräfte an Grenzflächen. Kräfte, die durch magnetische Felder an Grenzflächen wirken, lassen sich allgemein über den Maxwell-Stress-Tensor berechnen:

$$T_{ij} = \frac{1}{\mu_0} \left(B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2 \right).$$

Die auf eine Fläche mit Normalenvektor $\mathbf{n}$ wirkende Kraft pro Flächeneinheit ist

$$\mathbf{f} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}, \quad \text{bzw.} \quad \frac{F_n}{A} = T_{nn} = \frac{1}{2\mu_0} (B_n^2 - B_t^2),$$

wobei B_n die Komponente von $\mathbf{B}$ senkrecht zur Oberfläche (normal) und B_t die in der Oberfläche liegende (tangente) Komponente ist.

Spezialfälle.

- Ist das Feld normal zur Oberfläche ($B_t = 0$), dann

$$\frac{F_n}{A} = \frac{B_n^2}{2\mu_0}.$$

- Ist das Feld rein tangential zur Oberfläche ($B_n = 0$), dann

$$\frac{F_n}{A} = -\frac{B_t^2}{2\mu_0},$$

d.h. hier wirkt eine Zugkraft auf die Grenzfläche.

Hinweis. In realen Bauteilen mit Grenzflächen zwischen unterschiedlichen Materialien muss zusätzlich die unterschiedliche magnetische Permeabilität der Medien berücksichtigt werden; die exakte Kraftberechnung erfolgt oft durch die Anwendung des Maxwell-Stress-Tensors in beiden Medien und den Grenzbedingungen.

(3) Hystereseverluste. Hystereseverluste entstehen durch irreversibles Verhalten magnetischer Domänen in ferromagnetischen Werkstoffen. Die aufgenommene Energie pro Zyklus pro Volumen entspricht dem Flächeninhalt des **B–H**-Loops:

$$W_{\text{loss, vol}} = \oint H dB \quad [\text{J/m}^3].$$

Aufbau und Leistungsbedarf. Die mittlere Verlustleistung pro Volumen ist die Frequenz multipliziert mit der Zyklusenergie:

$$P_{\text{loss, vol}} = f \oint H dB \quad [\text{W/m}^3].$$

Für einen Kern mit Volumen V ergibt sich die Gesamtverlustleistung als

$$P_{\text{loss}} = P_{\text{loss, vol}} \cdot V = f \left(\oint H dB \right) V.$$

Ursachen und Merkmale. Hystereseverluste dominieren oft in Eisenkernen von Transformatoren und Motoren. Sie hängen stark ab von Material, Geometrie, Frequenz und Temperatur. Im Gegensatz dazu treten Wirbelstromverluste bei zeitlich veränderlichen Feldern auf und können separat behandelt werden.

(4) Beispiele / Anwendungen. - Energieeinträge und Speichereigenschaften in Spulen/Induktoren: $W = \frac{1}{2}LI^2$; je größer L und I , desto mehr Energie wird gespeichert. - Transformatoren und Motoren: Der magnetische Kern dient als Feldspeicher; Hystereseverluste tragen zur Wärmeentwicklung bei und bestimmen die Effizienz. - Grenzflächenkräfte: In Geräten mit Grenzflächen zwischen Luft, luftdurchlässigen Materialien oder magnetischen Kernen kann der Druckabfall an der Grenzfläche eine Rolle spielen, z. B. beim Bewegen magnetisch geladener Strukturen.

(5) Kurze Rechenbeispiele. - Beispiel 1 (Energiedichte): Nimmt man $B = 0,50 \text{ T}$ im Freiraum, dann

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{(0,50)^2}{2 \cdot 4\pi \times 10^{-7}} \approx 9.95 \times 10^4 \text{ J/m}^3.$$

Kernbegriffe und Takeaways. - Energieinhalt des magnetischen Feldes: w_m , W , L , I . - Kräfte an Grenzflächen: Maxwell-Stress, Normaldruck, Spezialfälle (normal/tangentiales Feld). - Hystereseverluste: Fläche des $\mathbf{B} - \mathbf{H}$ -Loops, $W_{\text{loss,vol}}$, P_{loss} .

Hinweis zur Darstellung. Alle Formeln sind eigenständig zu behandeln bzw. in eigenen Zeilen darzustellen, nicht nebeneinander. Nutze ggf. $\backslash[\dots \backslash]$ für Display-Gleichungen und verhindere Überlänge durch Zeilenumbrüche in Fließtext.