

Lernzettel

Gattermodelle, universelle Gatter und Schaltungsprinzipien

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Technische Grundlagen der Informatik (TechGI) - Digitale Systeme
Erstellungsdatum: September 6, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Technische Grundlagen der Informatik (TechGI) - Digitale
Systeme

Lernzettel: Gattermodelle, universelle Gatter und Schaltungsprinzipien

(1) Gattermodelle. Gatter modellieren fundamentale Boolesche Funktionen $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$. *Frzwei Eingngeseien $A, B \in \{0,1\}$ typischerweise betrachtet. Die wichtigsten Gatter sind:*

AND: $A \cdot B$ OR: $A + B$ NOT: $\neg A$ NAND: $A \text{ NAND } B = \neg(A \cdot B)$ NOR: $A \text{ NOR } B = \neg(A + B)$

(2) Wahrscheinlichkeiten, Logik und Normalformen. Booleanalgebra arbeitet mit Standardregeln:

- Kommutativ: $A \cdot B = B \cdot A$, $A + B = B + A$ Distributiv: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$, $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$

(3) Wahrheitswerte (Beispiele).	A	B	$A \cdot B$	A	B	$A + B$
	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	1	1
	1	0	0	1	0	1
	1	1	1	1	1	1

(4) Boolesche Normalformen. Funktionen lassen sich darstellen als: - Summe von Produkten (SOP): $F = \sum m_i$ - Produkt von Summen (POS): $F = \prod M_i$ Beispiele: $F = AB + \neg A C$ ist SOP, $F = (A + B)(\neg A + C)$ ist POS.

(5) Einfache Schaltungsausdrücke. Funktionen lassen sich direkt als Gatternetz ausdrücken. Beispiel:

$$F(A, B) = A \cdot B + \neg A \cdot C$$

(6) Grundlagen der Schaltungsentstehung. - Schaltnetze (logische Netzwerke) setzen mehrere Gatter zu Funktionen zusammen. - Schaltwerke verwenden speichernde Elemente (Latches/Flip-Flops) für zeitliche Abfolgen. - Ziel ist oft Minimierung, klare Signale, korrekte Funktion bei gegebenen Eingangsbedingungen.

(7) Beispielhafte Schaltungsprinzipien. - De Morgansche Gesetze: $\neg(A \cdot B) = \neg A + \neg B$, $\neg(A + B) = \neg A \cdot \neg B$. - Umsetzung von Funktionen mit möglichst wenigen Gattern (minimieren).

(8) Hinweis zu Gattermodellen. Gattermodelle dienen der Verifikation von Designs, der Analyse von Leistungsparametern und der Formulierung von Entwurfsrichtlinien.

(9) Universelle Gatter und Schaltungsprinzipien. Zu den zentralen Bausteinen zählen NAND und NOR als universelle Gatter. Aus ihnen lassen sich alle Grundgatter nachbilden.

(10) XOR-Beispiel mit NAND (Universelles Gatter). Eine gängige Implementierung von XOR mit NAND-Gattern:

$$t = A \text{ NAND } B$$

$$\text{XOR}(A, B) = (A \text{ NAND } t) \text{ NAND } (B \text{ NAND } t)$$

Damit lassen sich XOR-Operationen vollständig mit NAND realisieren.

(11) Universelles Gatter – NOR-Variante. Auch NOR ist universell. Typische Umsetzungen:

$$\text{NOT } A = A \text{ NOR } A$$

$$A \cdot B = (A \text{ NOR } A) \text{ NOR } (B \text{ NOR } B)$$

$$A + B = (A \text{ NOR } B) \text{ NOR } (A \text{ NOR } B)$$

(12) Designbeispiele mit NOR. - NOT: $\neg A = A \text{ NOR } A$. - OR: $A + B = (A \text{ NOR } B) \text{ NOR } (A \text{ NOR } B)$
AND: $A \cdot B = (A \text{ NOR } A) \text{ NOR } (B \text{ NOR } B)$.

(13) Praktische Hinweise zur Schaltungsentwurfspraxis. - Priorisiere einfache Strukturen, reduziere Gatteranzahl, minimierte Verzögerungen. - Beachte Fan-out und Signalkettenlängen. - Verwende Boolesche Algebra bzw. Kantengleichung (Karnaugh) zur Optimierung, wenn sinnvoll.

(14) Kurzfassung. - Gattermodelle beschreiben logische Funktionen. - NAND/NOR sind universell und können jede Funktion realisieren. - De Morgans Gesetze helfen beim Umformen und Vereinfachen. - XOR lässt sich effizient mit NAND (und auch NOR) implementieren.