

Lernzettel

Prinzip der virtuellen Kraftgrößen:
Formulierungen, Aufgaben und Anwendungen

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Baustatik I
Erstellungsdatum: September 6, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Baustatik I

Lernzettel: Baustatik I**(1) Begriff und Grundprinzip des Prinzips der virtuellen Kraftgrößen.**

Das Prinzip der virtuellen Kraftgrößen (virtuelles Kraftprinzip) besagt, dass für alle zulässigen virtuellen Verschiebungen $\delta \mathbf{u}$ eines stabilen, ruhenden Systems die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte gleich der virtuellen Arbeit der inneren Kräfte ist, d.h.

$$\sum_j \mathbf{F}_j \cdot \delta \mathbf{u}_j = \sum_k N_k \delta l_k.$$

(2) Formulierungen.**Allgemeines virtuelles Kraftprinzip.**

Für eine statisch bestimmte Stabstruktur gilt im Allgemeinen:

$$\sum_j \mathbf{F}_j \cdot \delta \mathbf{u}_j = \sum_k N_k \delta l_k.$$

Unit-Load-Verfahren (Prinzip der virtuellen Kraftgrößen).

Zur Bestimmung einer Verschiebung δ an einer gewünschten Stelle in Richtung einer gegebenen Achse verwendet man eine virtuelle Einheitlast an dieser Stelle. Die Verschiebung ergibt sich aus den axialen Kräften in den Stäben, die durch reale Lasten bzw. durch die virtuelle Einheitlast verursacht werden:

$$\delta = \sum_k \frac{N'_k N_k L_k}{A_k E_k}.$$

Beispielhafte Zerlegung der Definition.

Zur Verdeutlichung kann man die Summe in einzelne Terme zerlegen:

$$\delta_1 = \frac{N'_1 N_1 L_1}{A_1 E_1}, \quad \delta_2 = \frac{N'_2 N_2 L_2}{A_2 E_2}, \quad \delta = \delta_1 + \delta_2.$$

(3) Aufgaben.

- Aufgabe 1: Bestimme die Verschiebung eines Knotens B in Richtung der Kraft-Reaktionsrichtung mittels des Unit-Load-Verfahrens. Vorgehen: 1) Bestimme die Stabkräfte N_k aufgrund der realen äußeren Lasten.

2) Bestimme N'_k in jedem Stab durch die virtuelle Einheitlast am Knoten B in der gewünschten Richtung.

3) Berechne δ mit $\delta = \sum_k (N'_k N_k L_k) / (A_k E_k)$ und fasse die Ergebnisse zusammen.

- Aufgabe 2: Skizziere die Vorgehensweise zur Bestimmung der Einflusslinien für eine Stabgröße mittels virtueller Kraftgrößen. Notiere die Schritte und was man aus der Einflusslinie ablesen kann.

(4) Beispielaufgabe (Zugängliche Werte).

Gegeben: Ein stab-tragendes System mit zwei Stäben $k=1,2$. Gegebene Größen:

- $L_1 = 2.0$ m, $A_1 = 0.01$ m², $E_1 = 210$ GPa - $L_2 = 1.5$ m, $A_2 = 0.008$ m², $E_2 = 210$ GPa

- Aus realen Lasten: $N_1 = 1.2 \times 10^4$ N, $N_2 = -8.0 \times 10^3$ N - Aus Unit-Load: $N'_1 = 3.0 \times 10^3$ N, $N'_2 = 2.0 \times 10^3$ N

Der gewünschte Ort ist der Knoten B, in der Richtung der vertikalen Verschiebung.
Berechne:

$$\delta_1 = \frac{N'_1 N_1 L_1}{A_1 E_1}, \quad \delta_2 = \frac{N'_2 N_2 L_2}{A_2 E_2}, \quad \delta = \delta_1 + \delta_2.$$

Einsetzen der Werte:

$$\delta_1 = \frac{(3.0 \times 10^3)(1.2 \times 10^4)(2.0)}{(0.01)(210 \times 10^9)} \approx 0.034 \text{ m},$$

$$\delta_2 = \frac{(2.0 \times 10^3)(-8.0 \times 10^3)(1.5)}{(0.008)(210 \times 10^9)} \approx -0.014 \text{ m},$$

$$\delta \approx 0.020 \text{ m} = 20 \text{ mm}.$$

(5) Anwendungen.

- Bestimmung von Durchbiegungen und Verschiebungen in Stabtragwerken durch das Unit-Load-Verfahren.
- Ableitung von Zustands- und Einflusslinien für Kraft- und Weggrößen.
- Bewertung der Auswirkungen äußerer Lasten auf die Verformungen von Tragwerken.