

Lernzettel

Zustandsgrößen, Einflussgrößen und
Verformungen in statisch bestimmten
Stabtragwerken

Universität: Technische Universität Berlin
Kurs/Modul: Baustatik I
Erstellungsdatum: September 6, 2025



Zielorientierte Lerninhalte, kostenlos!
Entdecke zugeschnittene Materialien für deine Kurse:

<https://study.AllWeCanLearn.com>

Baustatik I

Lernzettel: Baustatik I**(1) Zustandsgrößen**

In statisch bestimmten Stabtragwerken beschreiben folgende Größen den aktuellen Tragfall:

F_i (Stabkraft in Stab i)

R_x, R_y (Knotenreaktionen an Lagern)

ΔL_i (Verformung des Stabs i entlang seiner Achse)

u_j, v_j (Verschiebungen des Knotens j in x- bzw. y-Richtung)

$\varepsilon_i = \frac{\Delta L_i}{L_i}$ (Dehnung des Stabs i)

$\sigma_i = E_i \varepsilon_i$ (Normalspannung in Stab i)

(1.1) Gleichgewichtsbedingungen

An jedem Knoten gilt das statische Gleichgewicht in der Ebene:

$$\sum F_x^{(knoten)} = 0, \quad \sum F_y^{(knoten)} = 0.$$

(1.2) Zusammenhang zwischen Stabkraft, Geometrie und Verschiebung

Ein Stab i vergrößert oder verkürzt sich axial nach der Beziehung

$$\Delta L_i = \frac{F_i L_i}{A_i E_i},$$

wobei L_i die ursprüngliche Länge, A_i der Querschnitt und E_i das Elastizitätsmodul sind.

(1.3) Verformungen an Knoten durch Stabverformungen

Die Verschiebung eines Knotens j kann aus den axialsymmetrischen Verformungen der benachbarten Stäbe berechnet werden:

$$u_j = \sum_{i \in \mathcal{N}(j)} \Delta L_i \cos \theta_i, \quad v_j = \sum_{i \in \mathcal{N}(j)} \Delta L_i \sin \theta_i,$$

wobei θ_i der Winkel des Stabs i zur x-Achse ist und $\mathcal{N}(j)$ die Menge der Stäbe ist, die Knoten j berühren.

(1.4) Beispielhafte Formeln

Axiallast eines Stabs:

F_i (unterschieden nach Zug/ Druck)

Dehnung eines Stabs:

$$\varepsilon_i = \frac{F_i}{A_i E_i} \Rightarrow \Delta L_i = \varepsilon_i L_i$$

(2) Einflussgrößen

Die wichtigsten Einflussgrößen bei statisch bestimmten Stabtragwerken sind:

- Geometrie des Tragwerks (Längen, Winkel, Abstände)
- Materialeigenschaften (Elastizitätsmodul E_i , Dichte)
- Querschnittsfläche A_i der Stäbe
- Rand- und Lagerbedingungen (Fixierung, Freiheitsgrade)
- Belastungsfälle (P, Q, Momente; ggf. Temperaturlasten)
- Temperaturänderungen, Bauwerksschrumpfung/Expansion

(3) Verformungen in statisch bestimmten Stabtragwerken

In vielen Fällen verhalten sich Stäbe linear-elastisch und verformen sich axial.

$$\Delta L_i = \frac{F_i L_i}{A_i E_i}$$

Displacements an Knoten errechnen sich aus den Summenthalten der Bemessungsverformungen:

$$u_j = \sum_{i \in \mathcal{N}(j)} \frac{F_i L_i}{A_i E_i} \cos \theta_i, \quad v_j = \sum_{i \in \mathcal{N}(j)} \frac{F_i L_i}{A_i E_i} \sin \theta_i.$$

(3.1) Methoden zur Bestimmung der Größen

Zu den zentralen Prinzipien gehören:

- Aufbauprinzip: Zerlegen des Tragwerks in Stäbe und Knoten und Anwendung der Gleichgewichte.
- Schnittprinzip: Bestimmung von Schnittgrößen durch Teilung des Systems.
- Arbeitsprinzipien der Mechanik: Prinzip der virtuellen Weggrößen und des virtuellen Kraftgrößens.

(3.2) Prinzip der virtuellen Weggrößen (VWP)

Für eine kleine virtuelle Verschiebung $\delta \mathbf{u}$ gilt die (vereinfachte) Gleichung der virtuellen Arbeit:

$$\delta W_{\text{ext}} = \delta W_{\text{int}},$$

wobei

$$\delta W_{\text{ext}} = \sum_j P_j \delta x_j \quad \text{und} \quad \delta W_{\text{int}} = \sum_i F_i \delta L_i^*,$$

- hierbei sind P_j äußere Lasten, δx_j virtuelle Verschiebungen der Knoten, F_i Stäbe-Kräfte und δL_i^* die virtuellen Längenänderungen der Stäbe infolge der virtuellen Knotenverschiebungen.

(4) Beobachtung und Bewertung

- In statisch bestimmten Stabtragwerken existiert eine eindeutige Lösung von Stabkräften und Knotenverformungen aufgrund der notwendigen Gleichgewichte.
- Verformungen sind in der Praxis oft klein im Vergleich zu Abständen; Linearität und Superposition gelten im Rahmen der Elastizität.

- Ergebnisse sollten kritisch interpretiert werden (z. B. Plastizität, Lagerung, Temperatur, Ermüdung).

Zusammenfassung

- Zustandsgrößen umfassen Stabkräfte, Reaktionen, Dehnungen und Verschiebungen.
- Einflussgrößen umfassen Geometrie, Material, Lagerung, Lastfälle und Temperatur.
- Verformungen in statisch bestimmten Stabtragwerken lassen sich axial als $\Delta L_i = \frac{F_i L_i}{A_i E_i}$ beschreiben; Knotenverschiebungen ergeben sich durch Projektion dieser Verformungen.
- Methoden wie Aufbau-, Schnitt- und Arbeitsprinzipien (virtuelle Weggrößen) unterstützen die Berechnung und Interpretation.